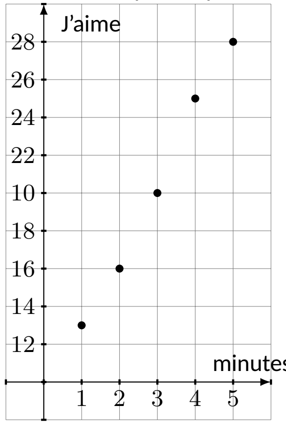
Série statistique à deux variables

Exercice 1

A 10h18, Mathilde a posté une photo de son équipe de Volley sur un réseau social. Le graphique ci-dessous donner l'évolution du nombre de « J'aime » qu'elle a obtenus depuis sa publication.



1. Recopier et compléter le tableau statistique suivant :

Heure	10h19	10h20			
Nombre de minutes x	1	2			
Nombre de « J'aime » y					

2. A 10h25, Mathilde a obtenu 38 « J'aime ». Donner les coordonnées du points que l'on peut ajouter au nuage de points.

Exercice 2

Un vendeur de fruits et légumes relève plusieurs jours le volume de ses ventes (en centaines de kilogrammes) et le revenu issu de ces ventes (en centaines d'euros).

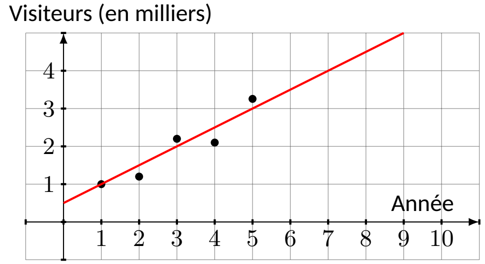
Volume des ventes x_i	3	5,2	11,5	7,1	9,3	17,4
Revenu y_i	9	16,1	30,3	20	25,7	45,2

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère du plan.
2. Calculer la valeur moyenne $\overline{x}$ des valeurs x_i et la valeur moyenne $\overline{y}$ des valeurs y_i. Interpréter ces valeurs.
3. Placer le point G de coordonnées $(\overline{x}, \overline{y})$ dans le repère.

Ajustement affine

Exercice 3

Le graphique ci-dessous donne l'évolution du nombre annuel de visiteurs d'un site culturel, les six premières années de l'ouverture du centre. On décide d'ajuster le nuage de points avec la droite (d) représentée dans le repère :



1. À l'aide de l'ajustement proposé, estimer graphiquement le nombre de visiteurs la septième année.
2. Déterminer graphiquement la première année durant laquelle le centre culturel aura au moins 5000 visiteurs.
3. Déterminer l'équation réduite $y = ax + b$ de la droite d'ajustement.
4. À combien peut-on estimer le nombre de visiteurs dans 10 ans ?

Exercice 4

Un hypermarché propose à ses clients six modèles d'ordinateurs portables. Il réalise une étude sur le volume des ventes suivant le prix de vente de ce produit. Voici les résultats :

Prix (en €) x_i	300	350	400	450	500	600
Nombre de ventes y_i	210	190	160	152	124	102

1. Représenter le nuage de points dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour 50€ sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 unités sur l'axe des ordonnées, en prenant l'origine le point de coordonnées (250 ;100)).
2. Calculer les coordonnées du point moyen G du nuage.
3. Tracer « au jugé » une droite d'ajustement passant par le point moyen G.
4. La direction souhaite proposer un nouveau modèle à la vente, au prix de 430€. Déterminer graphiquement une estimation du nombre de ventes de ce nouveau modèle.

Exercice 5

Une étude a permis d'établir que la droite d'équation $y = 3,7x + 65000$ est un bon ajustement affine du nuage de points entre le chiffre d'affaires y (en euros) d'un magasin d'articles de sport et le montant de la publicité investi x (en euros).

1. Calculer le montant du chiffre d'affaires espéré si ce magasin investit 3000€ en publicité.
2. Estimer le montant investi en publicité par ce magasin si son chiffre d'affaires est de 84240€.

Méthode des moindres carrés

Exercice 6

Le tableau ci-dessous donne le chiffre d'affaires du e-commerce entre 2012 et 2017. Il s'exprime en milliards d'euros et est arrondi au dixième.

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Rang de l'année x_i	1	2	3	4	5
CA y_i	49,5	55,0	62,9	71,5	81,7

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i, y_i)$ dans un repère orthogonal (unités graphiques : 1 cm pour une année sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 10 milliards d'euros sur l'axe des ordonnées, en commençant la graduation à 40).
2. En observant le nuage de points associé à cette série statistique à deux variables, expliquer pourquoi un ajustement affine est envisageable.
3. (a) Déterminer avec la calculatrice une équation de la droite d'ajustement (d) de y en x par la méthode des moindres carrés. On donnera les coefficients au centième.
   (b) Tracer (d) dans le même repère que le nuage de points.

Exercice 7

L'évolution du prix des médicaments en France, en prenant pour indice la base 100 en 2013 est donnée ci-dessous :

Année	2013	2014	2015	2016	2017
Indice	100	96,3	92,4	89,3	86,9

1. À l'aide d'une calculatrice, donner un ajustement affine de cette série par la méthode des moindres carrés.
2. Selon ce modèle, quel est l'indice de prix en 2012 et en 2019 ?

Ajustements non affines

Exercice 8

À l'aide d'un ballon-sonde, on a relevé la pression atmosphérique (en hectopascal de symbole hPa), à différentes altitudes.

Altitude a_i (km)	0	5	10	15	20	30
Pression P_i (hPa)	1000	540	270	120	60	10
$u_i = \log(P_i)$						

1. Représenter le nuage de points $M_i(a_i; P_i)$ de cette série statistique dans un repère du plan. Un ajustement affine semble-t-il être pertinent ?
2. Compléter la dernière colonne du tableau précédent.
3. Représenter le nuage de points de coordonnées $(u_i; a_i)$ dans un repère du plan.
4. À l'aide de la calculatrice, proposer un ajustement affine de ce nuage.
5. On considère désormais qu'on a la relation $a = -15u + 56$. Sachant que $u = \log(P)$, exprimer alors l'altitude a en fonction de la pression P, puis la pression P en fonction de l'altitude a.

Exercice 9

On injecte dans le sang d'un malade un médicament à l'aide d'une perfusion. On relève l'évolution de la concentration de ce médicament et on obtient les résultats ci-dessous.

Temps (min) t_i	0	2	4	6	10	12	15
Concentration (µg/cm^3) c_i	0	64	94	130	195	220	230
$y_i = \log(250 - c_i)$							

1. On pose $y_i = \log(250 - c_i)$ où $\log$ désigne la fonction logarithme.
   (a) Compléter la dernière ligne du tableau. Arrondir à 10^{-2}.
   (b) Dans un repère orthogonal, représenter le nuage de points $M_i(t_i, y_i)$. Qu'observe-t-on ?
2. Déterminer une équation de la droite (d) d'ajustement affine de y en t obtenue par la méthode des moindres carrés. Tracer la droite (d) dans le repère précédent.
3. En déduire une relation entre la concentration c et le temps t sous la forme $c = A - 10^{kt+B}$ où A, B et k sont des réels à préciser.

Exercice de type E3C

Exercice 10

Un fabricant a mis au point une machine permettant de fabriquer des blocs de glace (utilisables sur les bateaux de pêche par exemple). L'épaisseur des blocs de glace fabriqués dépend du temps de congélation. On obtient le tableau ci-dessous.

Temps de congélation (heures) t_i	1	2	4	8	12	18	26
Epaisseur de la glace (cm) y_i	4	8	11	16,5	20,5	24,5	28,5

On pose $x_i = \log(t_i)$.

1. Compléter le tableau ci-dessous. Les valeurs seront arrondies au dixième.

x_i							
Epaisseur de la glace (cm) y_i	4	8	11	16,5	20,5	24,5	28,5

2. Représenter le nuage de points (x_i, y_i) dans un repère orthogonal.
3. À l'aide de la calculatrice, donner une équation de la droite (d) obtenue par la méthode des moindres carrés sous la forme $y = ax + b$, où les coefficients a et b seront arrondis à 10^{-2}.
4. Pour la suite de l'exercice, on prend comme modèle d'ajustement la droite (d) d'équation : $y = 7,4x + 2,5$.
   (a) Tracer cette droite (d) dans le repère précédent.
   (b) Déterminer, selon ce modèle d'ajustement, et à l'heure près, le temps nécessaire pour fabriquer un bloc de glace de 32 cm d'épaisseur.