

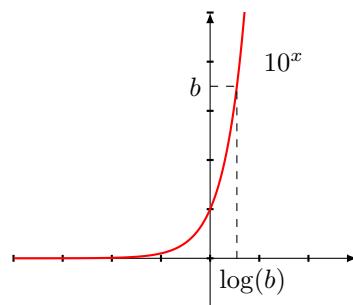
Fonction logarithme décimal (1ère partie)

I

Logarithme décimal d'un nombre

Définition I.1

Soit b un nombre strictement positif. L'équation $10^x = b$ possède une unique solution qu'on note $\log(b)$ et qu'on appelle **logarithme décimal** de b .



Remarque — Le logarithme d'un nombre négatif ou nul n'existe donc pas.

Exemple I.1 — Déterminer la valeur exacte de chacun des nombres suivants :

1. $\log(10^3)$ 2. $\log(10^{-6})$ 3. $\log(0,001)$ 4. $\log(100)$ 5. $\log(0,01)$ 6. $\log(1000000)$ → À rédiger

Exemple I.2 — À l'aide d'une calculatrice, déterminer une valeur approchée à 10^{-3} près des nombres suivants :

1. $\log(3)$ 2. $\log(45)$ 3. $\log(124)$ 4. $\log(5321)$

Que remarque-t-on ? → À rédiger

Proposition I.2

- $10^a = b \iff a = \log(b)$
- $\log(10^a) = a$
- $\log(1) = 0$ et $\log(10) = 1$

Exemple I.3 — Résoudre les équations suivantes :

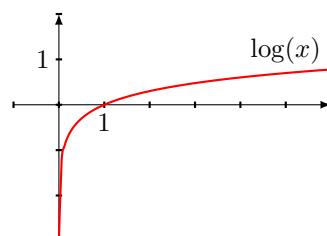
1. $10^x = 3$ 2. $5 \times 10^x = 65$ 3. $\log(x) = 12,4$ 4. $5 \log(x) = 2,54$

→ À rédiger

II Sens de variation de la fonction logarithme décimal

Définition II.1

La fonction logarithme décimal est la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = \log(x)$.



Proposition II.2

La fonction logarithme décimal est strictement croissante sur $]0; +\infty[$.

Remarque — Comme cette fonction est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ et que $\log(1) = 0$, on en déduit donc que $\log(x) > 0 \iff x > 1$.

Exemple II.1 — Dans chaque cas, comparer les nombres suivants :

1. $\log(15)$ et $\log(20)$ 2. $\log(5,6)$ et $\log(5,06)$

→ À rédiger

Exemple II.2 — Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\log(4)x < 10$ 2. $\log(0,3)x \geq 5$

→ À rédiger

Solutions

Exemple I.1

1. $\log(10^3)$ est la solution de l'équation $10^x = 10^3$ donc $\log(10^3) = 3$.
2. $\log(10^{-6}) = -6$
3. $\log(0,001) = \log(10^{-3}) = -3$
4. $\log(100) = \log(10^2) = 2$
5. $\log(0,01) = \log(10^{-2}) = -2$
6. $\log(1000000) = \log(10^6) = 6$

Exemple I.2

1. $\log(3) \approx 0,477$ 2. $\log(45) \approx 1,653$
3. $\log(124) \approx 2,09$ 4. $\log(5321) \approx 3,72$ On remarque que le nombre de chiffre d'un nombre est la partie entière de son logarithme décimal augmentée de 1.

Exemple I.3

1. $10^x = 3 \iff x = \log(3)$
2. $5 \times 10^x = 65 \iff 10^x = \frac{65}{5} \iff 10^x = 13 \iff x = \log(13)$
3. $\log(x) = 12,4 \iff x = 10^{12,4}$
4. $5 \log(x) = 2,54 \iff \log(x) = \frac{2,54}{5} \iff \log(x) = 0,508 \iff x = 10^{0,508}$

Exemple II.1

1. Comme $15 < 20$ et que la fonction logarithme décimale est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ alors $\log(15) < \log(20)$.
2. Comme $5,6 > 5,06$ et que la fonction logarithme décimale est strictement croissante sur $]0; +\infty[$ alors $\log(5,6) < \log(5,06)$.

Exemple II.1

1. $\log(4)x < 10 \iff x < \frac{10}{\log(4)}$ (on ne change pas le sens quand on divise par $\log(4)$ car $\log(4) > 0$)
2. $\log(0,3)x \geq 5 \iff x \leq \frac{5}{\log(0,3)}$ (on change le sens quand on divise par $\log(0,3)$ car $\log(0,3) < 0$)

Fonction logarithme décimal (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition du logarithme décimal de b l'unique solution de l'équation $10^x = b$
- Connaître le sens de variation de la fonction logarithme décimal
- Savoir déterminer le signe de $\log(b)$ en fonction de b
- Savoir résoudre des équations et inéquations simples avec du logarithme

Fonction logarithme décimal (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition du logarithme décimal de b l'unique solution de l'équation $10^x = b$
- Connaître le sens de variation de la fonction logarithme décimal
- Savoir déterminer le signe de $\log(b)$ en fonction de b
- Savoir résoudre des équations et inéquations simples avec du logarithme

Fonction logarithme décimal (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition du logarithme décimal de b l'unique solution de l'équation $10^x = b$
- Connaître le sens de variation de la fonction logarithme décimal
- Savoir déterminer le signe de $\log(b)$ en fonction de b
- Savoir résoudre des équations et inéquations simples avec du logarithme