

Propriétés algébriques

Exercice 1

Écrire chaque expression sous la forme a^k où k est un nombre réel :

1. $a^4 \times a^{3,1}$
2. $a^{10} \times a^{-0,5}$
3. $a^{-20,8} \times a^{-2}$

Exercice 2

Écrire chaque expression sous la forme a^k où k est un nombre réel :

1. $\frac{a^{3,7}}{a^3}$
2. $\frac{a^{13}}{a^{-7}}$
3. $\frac{a^{-2}}{a^{-5}}$

Exercice 3

Écrire chaque expression sous la forme a^k où k est un nombre réel :

1. $\frac{1}{a^2}$
2. $\frac{1}{a^{-10}}$
3. $\frac{1}{a}$

Exercice 4

Écrire chaque expression sous la forme a^k où k est un nombre réel :

1. $(a^3)^2$
2. $(a^{-0,1})^6$
3. $(a^2)^{-3}$

Exercice 5

Écrire chaque expression sous la forme a^k où $a > 0$ et k un nombre réel.

1. $A = 2^{3,1} \times 2^{8,2} \times 2^{-3}$
2. $B = \frac{10^{2,8}}{10^{2,2} \times 10}$
3. $C = (0,5^{2,5})^5 \times 0,5^{-1}$
4. $D = \frac{(11^{1,2})^4}{11^{0,3} \times 11^{-1}}$

Exercice 6

Écrire chaque expression sous la forme d'une puissance de 2 :

1. $2^x \times 2^5$
2. $2^{1-x} \times 2^{-1+2x}$

3. $\frac{2^{5x}}{2^3}$
4. $\frac{2^{2x+1}}{2^{x+2}}$
5. $(2^{2x-5})^3$

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = x^{3,5} - x^{2,5}$.

1. Montrer que $f(x) = x^{2,5}(x-1)$.
2. En déduire le tableau de signes de la fonction f .

Exercice 8

On modélise l'évolution de la population de la ville de depuis 2010 par la fonction p définie par $p(x) = 12 \times 2^{\frac{1}{18}x}$ où $p(x)$ est la population en milliers d'habitants en $2010+x$.

1. Quelle était la population en 2010 et 2020 ?
2. Montrer que $p(x+18) = 2 \times p(x)$. Qu'est-ce que cela signifie ?

Taux d'évolution moyen

Exercice 9

En janvier, la population d'une ville a augmenté de 10%, en février de 20% et en mars de 5%. Calculer le taux d'évolution mensuel moyen de la population de cette ville.

Exercice 10

En un an, le prix d'un objet a doublé. Calculer l'augmentation trimestrielle moyenne du prix de cet objet.

Exercice 11

Un rendement financier rapporte 1,25% par an. Quel est son rendement mensuel à 0,01% près ?

Exercice 12

La population de la ville de Paris est passée de 2 125 246 habitants en 1999 à 2 206 488 habitants en 2015. Quel est le taux d'évolution moyen annuel de la population de la ville de Paris entre 1999 et 2015 ?

Exercice 13

En mars 2015, on comptait 5 948,1 milliers de chômeurs en France métropolitaine et en mars 2019, ce nombre avait augmenté pour atteindre 6 562,1 milliers (source : Pôle Emploi).

1. Calculer le taux d'évolution du nombre de chômeurs sur cet période à 0,1% près.
2. En déduire la taux d'évolution annuel moyen à 0,01% près.

Exercices de type E3C

Exercice 14

Le nombre de SMS, en milliards, envoyés par les Français peut être modélisé par la fonction s définie par $s(t) = 3,3 \times 1,44^t$ où t est le nombre d'années écoulées depuis 2005.

1. Calculer le nombre de SMS envoyés en 2006.
2. (a) Calculer $\frac{s(t+1)}{s(t)}$.
(b) En déduire le taux annuel d'augmentation du nombre de SMS envoyés.
3. Répondre aux questions suivantes par vrai ou faux en justifiant.
 - (a) La barre des 200 milliards de SMS a été atteinte en 2019.
 - (b) Le taux d'augmentation entre 2005 et 2015 est de 235%.
 - (c) Le taux annuel moyen entre 2005 et 2015 est de 23,5%.

Exercice 15

On étudie une culture de bactéries. On estime qu'au début de l'expérimentation, le nombre de bactéries s'élève à 50 millions. Le nombre de bactéries, exprimé en millions, après t minutes est modélisé par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(t) = 50 \times 1,0355^t$$

1. Quel est le sens de variation de la fonction f ? Justifier.
2. (a) Montrer que pour tout réel t de $[0; \infty[$, $\frac{f(t+20)}{f(t)} \approx 2$.
(b) Le temps nécessaire pour que le nombre de bactéries double est appelé temps de génération. Pour cette culture de bactéries, quel est le temps de génération ?
3. On note u_n le nombre de bactéries, exprimé en millions, après n temps de génération, c'est-à-dire après n fois 20 minutes.
 - (a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Préciser son premier terme et sa raison.
 - (b) Donner l'expression du terme général de la suite (u_n) .
 - (c) Combien y a-t-il de temps de génération dans 7 jours ?
 - (d) Donner un ordre de grandeur de 50×2^{504} . Interpréter ce résultat.