CHAPITRE 7

Fonctions exponentielles (2ème partie)

I Propriétés algébriques des fonctions exponentielles

Proposition I.1

Soit a un réel strictement positif. Pour tous nombres réels x et y,

- $a^{x+y} = a^x \times a^y$
- $\dfrac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$
- $(a^x)^n = a^{n\times x}$ (n entier naturel)
- $\dfrac{1}{a^x} = a^{-x}$

Exemple I.1 — Écrire chaque expression sous la forme a^k où $a > 0$ et k est un nombre réel.

1. $7^3 \times 7^{5,2}$
2. $\dfrac{2^{1,2}}{2^{5,3}}$
3. $(3^{4,2})^5$
4. $\dfrac{1}{9^{3,5}}$

$\longrightarrow$ À rédiger

Exemple I.2 — Écrire chaque expression sous la forme a^k où $a > 0$ et k est un nombre réel.

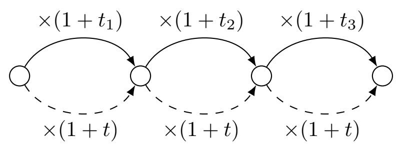
1. $3^{2x+1} \times 3^{x+5}$
2. $\dfrac{2^{5x-1}}{2^{3x-3}}$
3. $(1,8^{2x+1})^{-3}$
4. $\dfrac{1}{3^{-4x+10}}$

$\longrightarrow$ À rédiger

II Taux d'évolution moyen

Définition II.1

Si une grandeur subit n évolutions successives, on appelle **taux d'évolution moyen** le taux d'évolution t qu'il faudrait appliquer n fois à cette quantité pour aller de la valeur de départ à la valeur d'arrivée.



Exemple II.1 — Le nombre d'abonnés d'un Youtubeur augmente de 5% la première année, de 10% la deuxième année et de 15% la troisième année.

1. Déterminer le coefficient multiplicateur global associé à ces trois évolutions.
2. Vérifier que le nombre d'abonnés aurait augmenté d'autant s'il avait augmenté d'environ $t = 9,92\%$ chaque année.
3. Quel est donc le taux moyen d'évolution ?

$\longrightarrow$ À rédiger

Proposition II.2

Si T est le taux d'évolution global de n évolutions successives alors le taux d'évolution moyen t est

$$t = (1+T)^{\frac{1}{n}} - 1$$

Remarque — Autrement dit, si C est le coefficient multiplicateur global alors $t = C^{\frac{1}{n}} - 1$.

Exemple II.2 — La population d'une ville augmente de 20% la première année, baisse de 10% la deuxième année et augmente de 5% la troisième année. Déterminer le taux d'évolution moyen annuel sur ces trois années (arrondir à $0,1\%$ près).

Solutions

Exemple I.1

1. $7^3 \times 7^{5,2} = 7^{3+5,2} = 7^{8,2}$
2. $\dfrac{2^{1,2}}{2^{5,3}} = 2^{1,2-5,3} = 2^{-4,1}$
3. $(3^{4,2})^5 = 3^{5\times 4,2} = 3^{21}$
4. $\dfrac{1}{9^{3,5}} = 9^{-3,5}$

Exemple I.2

1. $3^{2x+1} \times 3^{x+5} = 3^{(2x+1)+(x+5)} = 3^{3x+6}$
2. $\dfrac{2^{5x-1}}{2^{3x-3}} = 2^{(5x-1)-(3x-3)} = 2^{2x+2}$
3. $(1,8^{2x+1})^{-3} = 1,8^{-3(2x+1)} = 1,8^{-6x-3}$
4. $\dfrac{1}{3^{-4x+10}} = 3^{-(-4x+10)} = 3^{4x-10}$

Exemple II.1

1. $C = 1,05 \times 1,10 \times 1,15 = 1,32825$
2. Augmenter trois fois de suite de $9,92\%$ revient à multiplier par $1,0992^3$. Or, $1,0992^3 \approx 1,32810$ ce qui est très proche du coefficient multiplicateur global.
3. Le taux d'évolution moyen est donc environ de $9,92\%$.

Exemple II.2

Le coefficient multiplicateur global est $C = 1,2 \times 0,9 \times 1,05 = 1,134$. Le taux d'évolution moyen est donc $t = C^{\frac{1}{3}} - 1 \approx 1,042 - 1 = 0,042$. En moyenne, cette ville a augmenté de $4,2\%$ chaque année.

Fonctions exponentielles (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures
- Savoir calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives

Fonctions exponentielles (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures
- Savoir calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives

Fonctions exponentielles (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître les propriétés algébriques des fonctions exponentielles et les utiliser pour transformer des écritures
- Savoir calculer le taux d'évolution moyen équivalent à des évolutions successives