Fonctions exponentielles de base a

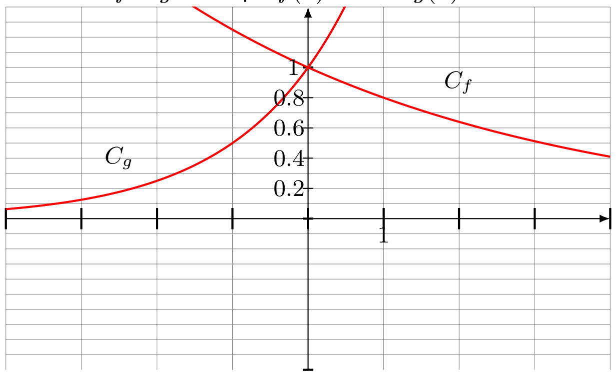
Exercice 1
Soit f la fonction exponentielle de base $0,5$.

1. Donner l'expression de f en fonction de x.
2. Avec une calculatrice, déterminer l'image de $2/3$ par la fonction f (arrondir au centième).

Exercice 2
Le nombre de joueurs à un jeu vidéo en milliers est modélisé sur $[0;12]$ par la fonction f définie par $f(x)=1,05^x$ où x est le nombre de mois écoulés depuis le lancement du jeu. Combien y aura-t-il de joueurs :

1. au bout de 3 mois ?
2. au bout de 4 mois et demi ?
3. au bout de 5 mois et 20 jours ?

Exercice 3
On donne ci-dessous les courbes représentatives de deux fonctions exponentielles f et g telles que $f(x)=a^x$ et $g(x)=b^x$.



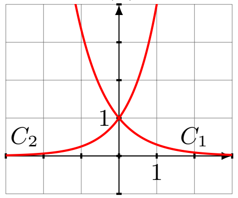
1. (a) Déterminer graphiquement $f(1)$.
   (b) Exprimer $f(1)$ en fonction de a.
   (c) En déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
2. (a) Déterminer graphiquement $g(-1)$.
   (b) Exprimer $g(-1)$ en fonction de b.
   (c) En remarquant que pour tout nombre réel z non nul, $z^{-1}=\frac{1}{z}$, déterminer le nombre b puis donner l'expression de $g(x)$ en fonction de x.

Exercice 4
Le 1er janvier 2000, 100 loups vivaient dans une réserve canadienne et leur population double tous les 10 ans. Pour tout entier naturel n, on note u_n le nombre de centaines de loups n décennies après le 1er janvier 2000. Ainsi, $u_0=1$.

1. (a) Quelle est la nature de la suite (u_n) ? Exprimer u_n en fonction de n.
   (b) Combien y a-t-il de loups au 1er janvier 2020 ?
2. (a) Proposer l'expression d'une fonction f permettant d'estimer le nombre de loups x années après 1er janvier 2000, x étant un nombre réel.
   (b) Déterminer selon ce modèle, le nombre de loups au 1er janvier 2012 puis au 1er juillet 2025.
   (c) A combien peut-on estimer la population de loups au 1er janvier 1995 ?

Sens de variation des fonctions exponentielles

Exercice 5
On donne ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=4^x$ et $g(x)=0,3^x$.



1. Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond, en justifiant.
2. En utilisant le sens de variations de la fonction g, comparer les nombres $0,3^{-1}$ et $0,3^2$.

Exercice 6
Dans chaque cas, classer dans l'ordre croissant les nombres :

1. $20^{-1,2}$, $20^{0,2}$, 20^{-2}, $20^{1,8}$, 20
2. $0,25^{-180}$, $0,25^{120}$, $0,25^{-105}$, $0,25^{108}$, 1

Exercice 7
Soit la fonction f définie sur $[-1;5]$ par $f(x)=3,5^x$.

1. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $[-1;5]$.
2. En utilisant ce tableau, dire pourquoi l'équation $f(x)=10$ possède une unique solution sur $[-1;5]$.
3. Compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'il affiche une valeur approchée à $0,1$ près de la solution de cette équation.

```
x = -1
while ......... :
    x = x + 0.1
print(x)
```

4. À l'aide d'une calculatrice, déterminer la valeur affichée par cet algorithme.

Fonctions de la forme $x\mapsto ka^x$

Exercice 8
Déterminer le sens de variation de chacune des fonctions suivantes en justifiant :

1. $x\mapsto 2\times 0,75^x$
2. $x\mapsto -1,5\times 2,8^x$
3. $x\mapsto -0,1\times 1,25^x$
4. $x\mapsto -12\times\left(\frac{4}{5}\right)^x$
5. $x\mapsto 4,5\times\left(\frac{201}{150}\right)^x$

Exercice 9
Le nombre d'individus, en milliers, d'une population de bactéries est donné en fonction du temps t en heures par la fonction f définie sur $[0;50]$ par $f(t)=25\times 1,62^t$.

1. Quel est le sens de variation de la fonction f ?
2. Au bout de combien de temps le nombre de bactéries dépassera le milliard ? On donnera la valeur de t à $0,1$ près et on utilisera un tableau de valeurs de la calculatrice pour répondre.

Exercices de type E3C

Exercice 10
Wetube est un site spécialisé dans le streaming écologique sur Internet. La durée de chargement d'une vidéo (en secondes) en fonction du nombre d'internautes connectés x (en milliers) est modélisée par la fonction f définie sur $[1;10]$ par $f(x)=0,25\times 1,5^x$.

1. Quelle est la durée de chargement si 1000 internautes sont connectés ? 5000 internautes ?
2. Calculer $f(8)$ et interpréter le résultat.
3. Étudier le sens de variation de f et interpréter le résultat.
4. À l'aide de la calculatrice, estimer à partir de combien de personnes connectées la durée de chargement dépasse 3 secondes.
5. Compléter le programme Python ci-dessous afin qu'il renvoie une réponse à la question précédente.

```
t = 1
while .......... :
    t = t + 0.1
print(t)
```

Exercice 11

Partie A

Le tableau suivant, extrait d'une feuille automatisée de calcul, fournit le nombre d'abonnements, en millions, à Internet en très haut débit, en France, du premier trimestre 2015 au premier trimestre 2018. La plage de cellules C3 :E3 est au format pourcentage arrondi à l'unité.

	A	B	C	D	E
1	Trimestre	T1 2015	T2 2016	T1 2017	T1 2018
2	Abonnenements	3,56	4,5	5,84	7,5
3	Taux de croissance annuel				

1. Choisir parmi les propositions suivantes la formule à saisir dans la cellule C3 afin d'obtenir par recopie vers la droite les taux d'évolution des abonnements à Internet très haut débit :
   (a) = (C2-B2)/C2 (b) = (C2 - B2)/B2 (c) = (C2-B2)/B2 (d) = (B2-C2)/C2
2. Quelle est la valeur affichée dans la cellule E3 ?
3. Calculer à $0,1\%$ près le taux de croissance global du nombre d'abonnés entre le premier trimestre 2015 et le premier trimestre 2018.

Partie B

On admet que le nombre d'abonnements, en millions, en France à Internet très haut débit du 1er mars 2015 au 1er mars 2020 est modélisé par la fonction définie sur $[0; 5]$ par $f(x) = 3,56 \times 1,282^x$ où x représente le nombre d'années écoulées depuis le 1er mars 2015.

1. Calculer, selon ce modèle, le nombre d'abonnements au 1er septembre 2018 au millier près.
2. À quelle date le nombre d'abonnements dépassera-t-il les 10 millions ?