Courbe représentative de la fonction inverse

Exercice 1
Déterminer les antécédents des nombres suivants par la fonction inverse :

1. 10
2. -3
3. $\frac{2}{7}$

Exercice 2

1. Tracer à la main la courbe représentative de la fonction inverse puis comparer les nombres $\dfrac{1}{1,5}$ et $\dfrac{1}{2,6}$ en justifiant.
2. Comparer de même les nombres suivants :
   (a) $\dfrac{1}{0,3}$ et $\dfrac{1}{1,5}$
   (b) $\dfrac{1}{-2}$ et $\dfrac{1}{-3}$
   (c) $-\dfrac{1}{4}$ et $\dfrac{1}{3,6}$

Exercice 3
Résoudre les inéquations suivantes en utilisant la courbe représentative de la fonction inverse :

1. $\dfrac{1}{x} \geqslant 1$
2. $\dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{2}$
3. $\dfrac{1}{x} < -1$
4. $\dfrac{1}{x} \geqslant -1$

Exercice 4
On considère l'algorithme suivant où a est un nombre réel > 0 :

X ← 1
Y ← 1
Tant que Y > a
  X ← X + 1
  Y ← 1/X
Fin Tant que

1. Exécuter cet algorithme en prenant $a = 0,1$. Pour cela, on remplira le tableau suivant qu'on complétera :

X	1	2	...	...
Y				

2. Quel est le rôle de cet algorithme ?
3. Traduire cet algorithme en langage Python.

Exercice 5
En course à pied, les coureurs parlent davantage de leur allure que de leur vitesse moyenne. La vitesse moyenne, exprimée en kilomètres par heure (km/h) correspond à la distance que l'on peut parcourir en une heure. L'allure, exprimée en minutes par kilomètre (min/km), correspond au temps nécessaire pour parcourir 1 km.

1. Gabin a mis 18 minutes pour parcourir 3 km.
   (a) Quelle est son allure, en min/km ?
   (b) Quelle est sa vitesse moyenne, en km/h ?
2. On note a l'allure d'un coureur (en min/km). Sa vitesse moyenne, exprimée en km/min, est égale à $\dfrac{1}{a}$. Justifier que sa vitesse moyenne en km/h est $\dfrac{60}{a}$.
3. On donne ci-dessous un programme écrit en langage Python. Que renvoie l'apple de `course(46,9.2)` ? Interpréter ce résultat.

```
def course(t,d):
    a = t/d
    v = 60/a
    return (a,v)
```

Comportement aux bornes de l'ensemble de définition

Exercice 6
Soit f la fonction définie sur $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.

1. (a) Quelle est l'image par f des nombres suivants : $1, 0,5, 0,1, 0,001$ et $0,001$?
   (b) Que peut-on dire des $f(x)$ lorsque x prend des valeurs de plus en plus proches de 0 par la droite ?
2. (a) Quelle est l'image par f des nombres suivants : $2, 5, 10, 100$ et 1000 ?
   (b) Que peut-on dire des $f(x)$ lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes ?
3. La courbe de f admet deux asymptotes. Quelles sont-elles ?

Exercice 7
Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $g(x) = 3 - \dfrac{2}{x}$.

1. (a) Compléter les tableaux de valeurs ci-dessous à l'aide d'une calculatrice :

x	-1000	-500	-200	-100	-50
$g(x)$					

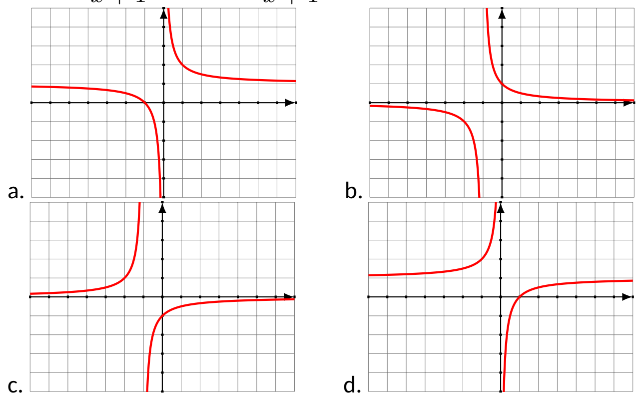
x	50	100	200	500	1000
$g(x)$					

   (b) Que peut-on en déduire pour le comportement de la fonction g en $+\infty$ et $-\infty$?
2. (a) Compléter le tableau de valeurs ci-dessous à l'aide d'une calculatrice :

x	-1	$-0,5$	$-0,1$	$-0,01$	$0,01$	$0,1$	$0,5$	1
$g(x)$								

   (b) Que peut-on en déduire pour le comportement de la fonction g lorsque x se rapproche de 0 par valeurs positives ?
   (c) Que peut-on en déduire pour le comportement de la fonction g lorsque x se rapproche de 0 par valeurs négatives ?

Exercice 8
Les fonctions f, g, h et k définies par $f(x) = 1 - \dfrac{1}{x}$, $g(x) = 1 + \dfrac{1}{x}$, $h(x) = \dfrac{-1}{x+1}$ et $k(x) = \dfrac{1}{x+1}$ sont représentées ci-dessous :



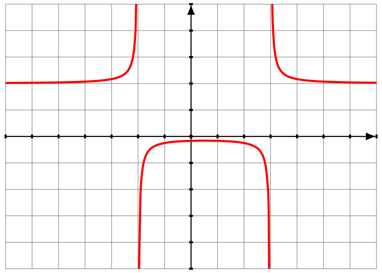
Associer à chaque courbe la fonction qui lui correspond.

Exercice 9
Compléter les phrases suivantes et illustrer à chaque fois par une courbe tracée à main levée.

1. Si, quand x devient de plus en plus grand, $f(x)$ se rapproche de 0 alors la droite d'équation ... est asymptote à la courbe de f.
2. Si, quand x devient de plus en plus petit, $f(x)$ se rapproche de 3 alors la droite d'équation ... est asymptote à la courbe de f.
3. Si, quand x se rapproche de 3 par valeurs supérieures, $f(x)$ devient de plus en plus grand alors la droite d'équation ... est asymptote à la courbe de f.
4. Si, quand x se rapproche de 1 par valeurs inférieures, $f(x)$ devient de plus en plus grand alors la droite d'équation ... est asymptote à la courbe de f.

Exercice 10

On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f.



Conjecturer par lecture graphique :

1. l'ensemble de définition de la fonction f
2. les asymptotes à la courbe de f

Exercices de type E3C

Exercice 11

Sur une plate-forme dédiée à la comptabilité des très petites entreprises, on propose les tarifs suivants : un abonnement initial de 90€ et une prise en charge de 13€ par mois. Pauline est boulangère et elle souhaite étudier le prix pour ce service.

1. Donner le prix que doit payer Pauline pour 10 mois.
2. Exprimer le prix total à payer en fonction de x où x est le nombre de mois.
3. Montrer que le prix unitaire (le prix par mois) est donné par la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{90}{x} + 13$.
4. Compléter le tableau de valeurs suivant à l'aide de la calculatrice :

x	10	15	20	24
$f(x)$				

5. Le comptable de Pauline lui facturait ses services 256 euros par an. Conseillerez-vous à Pauline de prendre un abonnement à la plateforme ?

Exercice 12

Pendant les mois de Juillet et Août, une commune propose la location d'un court de tennis avec la formule suivante : on achète un abonnement de 40€ puis la location du court est facturée 2€ par heure.

1. Perrine et Baptiste ont pris chacun un abonnement. Baptiste n'a pu jouer que 5 heures et Perrine a passé 40 heures sur les courts.
   (a) Calculer, pour Baptiste puis pour Perrine, le coût total de leur saison de tennis.
   (b) Quel est, pour chacun d'eux, le coût moyen par heure de jeu ?
2. On note f la fonction donnant le coût moyen horaire selon le nombre x d'heures de location (on suppose $x \neq 0$).
   (a) Justifier que $f(x) = 2 + \dfrac{40}{x}$.
   (b) À l'aide de la calculatrice, conjecturer les variations de f sur $]0; +\infty[$.
   (c) En déduire à partir de combien d'heures de location le coût moyen horaire devient inférieur ou égale à 4€/h.