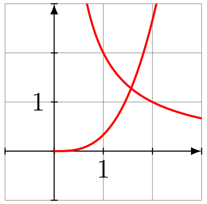
Équation et balayage

On a tracé ci-dessous les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^3}{3}$ et $g(x) = \dfrac{2}{x}$.



1. Justifier graphiquement que l'équation $f(x) = g(x)$ admet une seule solution α sur $]0;3]$ puis en donner un encadrement de cette solution entre deux entiers consécutifs.
2. La fonction `balayage` ci-dessous écrite en langage Python permet d'obtenir une valeur approchée à $0,01$ près de la solution de cette équation.
   (a) Saisir cette fonction et l'exécuter. Quelle est donc une valeur approchée de cette solution à $0,01$ près ?
   (b) Modifier cette fonction pour qu'elle renvoie une valeur approchée à $0,001$ près cette fois. Donner cette valeur.
   (c) Donner une valeur approchée à 10^{-5} près de cette solution.

```
def f(x):
    return (x**3)/3

def g(x):
    return (2/x)

def balayage():
    x = 1
    while g(x) - f(x) >0:
        x = x + 0.01
    return x
```

Fonction inverse— TP

Comportement asymptotique d'une fonction

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = 3 - \dfrac{5}{x}$. Le but de cet exercice est d'observer son comportement en l'infini.

1. Tracer la courbe représentative de cette fonction sur une calculatrice. Quel comportement de la fonction f peut-on observer lorsque x prend des valeurs de plus en plus grandes ?
2. Saisir le programme Python ci-dessous puis, à l'aide de ce programme, compléter le tableau ci-dessous. L'observation faite à partir de la courbe est-elle confirmée ?

```
def f(x):
    return 3 - 5/x
```

x	10	100	500	1000	5000	10000	100000	1000000
$f(x)$								

2. On donne la fonction `limite` ci-dessous.
   (a) Saisir cette fonction et l'exécuter. Interpréter le résultat.
   (b) Modifier cette fonction pour qu'elle renvoie le premier entier x à partir duquel $f(x)$ est proche de 3 à moins de $0,001$ près.
   (c) A partir de quel entier x les $f(x)$ seront-ils proches de 3 à moins de $0,0001$ près ?

```
def limite():
    x = 1
    while 3 - f(x) > 0.01:
        x = x + 1
    return x
```