

Moyenne arithmétique

Exercice 1

Justifier que :

- la moyenne arithmétique des nombres 17 et 33 est 25
- la moyenne arithmétique des nombres -23 et -12 est $-17,5$

Exercice 2

Un élève a participé à deux contrôles. Sa première note est 17 et sa moyenne est 15. Quelle est sa seconde note ?

Suites arithmétiques

Exercice 3

Dans chaque cas, déterminer la raison de la suite (u_n) à partir des informations données :

- $u_0 = 12$ et $u_1 = 19$
- $u_{n+1} = u_n + 12$ pour tout entier naturel n
- $u_{n+1} = u_n - 7$ pour tout entier naturel n
- $u_3 = 61$ et $u_4 = 50$

Exercice 4

Le club de sport Gymform propose le tarif suivant : un droit d'entrée annuel de 100€ est fixé et on paye 20€ par séance. On pose $u_0 = 100$ et, pour tout entier naturel n non nul, on note u_n le prix total payé par une personne ayant participé à n séances durant l'année. Ainsi, $u_1 = 120$.

- Donner les valeurs de u_2 et u_3 .
- Si une personne participe à 17 séances, elle paiera la somme de 440€. Déterminer u_{18} et u_{19} .
- Quelle relation y a-t-il entre u_{n+1} et u_n ? En déduire la nature de la suite (u_n) .
- À l'aide de la calculatrice, déterminer u_{35} .
- Le club propose aussi un forfait annuel de 830€ donnant un accès illimité. À partir de combien de séances est-il plus rentable de prendre le forfait illimité ?

Exercice 5

Dans chacun des cas, déterminer si les trois nombres donnés sont des termes consécutifs d'une suite arithmétique :

- $x = 123$, $y = 147$ et $z = 171$
- $a = 53$, $b = 97$ et $c = 139$

Exercice 6

Un apiculteur s'inquiète pour sa population d'abeilles. Il l'évalue la première année à 10000, la deuxième à 9250 et la troisième à 8200. Peut-il modéliser l'évolution du nombre d'abeilles avec une suite arithmétique ?

Expression du terme de rang n d'une suite arithmétique

Exercice 7

(u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 2$.

- Pour tout entier naturel n , exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- Calculer u_1 , u_2 et u_3 .
- Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n .
- Donner alors les valeurs de u_{17} et u_{23} .

Exercice 8

(u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_1 = -80$ et de raison $r = 10$.

- Pour tout entier naturel n non nul, exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
- Calculer u_2 , u_3 et u_4 .
- Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n non nul.
- Donner alors les valeurs de u_{11} et u_{14} .
- Quel est le rang du terme égal à 80 ? Justifier.

Exercice 9

En 2017, des scientifiques ont estimé la masse totale des déchets plastiques dans les océans à 300 millions de tonnes et ont prévu une augmentation de 25 millions par an au cours des prochaines années. On modélise l'évolution de la masse totale de ces déchets plastiques, si rien n'est fait pour la réduire, par une suite arithmétique (u_n) de raison 25 et de premier terme $u_0 = 300$. L'arrondi au centième du terme u_n représente la masse totale de ces déchets, exprimée en million de tonnes, pour l'année 2017+ n .

- Calculer u_1 et u_2 .
- Exprimer u_n en fonction de n .
- Quelle est la masse de déchets en 2021 ?
- On souhaite déterminer en quelle année la masse totale de ces déchets plastiques aura pour la première fois augmenté de 50% par rapport à sa valeur de 2017.

(a) Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour que la variable N contienne la réponse au problème posé.

```

N ← 2017
U ← 300
Tant que U < .....
| N ← ...
| U ← ...
Fin Tant que
  
```

- (b) Que contiennent les variables U et N après exécution de cet algorithme ? Interpréter les résultats dans le contexte de l'exercice.

Exercice 10

En 2020, le vélo-club d'une petite ville compte 224 adhérents. On suppose que, chaque année, le vélo-club compte 5 adhérents supplémentaires. Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'adhérents de ce club à l'année 2020+ n .

- Que vaut u_0 ?
- Calculer u_1 et u_2 .
- Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .
- (a) Déterminer l'expression du terme général de cette suite en fonction de n .
(b) En déduire le nombre d'adhérents que comptera le vélo-club en 2035.

Somme des termes d'une suite arithmétique

Exercice 11

Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 2$.

- Vérifier que, pour tout entier naturel n , $u_n = 5 + 2n$.
- En déduire la valeur de u_{14} .
- Justifier que $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{14} = 15 \times \frac{5 + 33}{2}$ et en déduire la valeur de S .

Exercice 12

Cédric s'est inscrit au marathon de Paris et il souhaite organiser sa préparation. Dans son programme d'entraînement hebdomadaire, il prévoit une séance unique. Seize semaines avant son départ, lors de sa première semaine de préparation, il court 15 km. Chaque semaine, il augmente la distance parcourue de 1,5 km.

- (a) Préciser u_1 , u_2 et u_3 .
(b) Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
(c) Exprimer u_n en fonction de n puis calculer u_{16} .
(d) Pensez-vous que Cédric sera prêt pour le marathon de Paris ?
- Déterminer la somme $S = u_1 + u_2 + \dots + u_{16}$. Quelle distance aura-t-il parcourue durant sa période de préparation ?

Exercice 13

La fonction Python dont le script est donné ci-dessous renvoie la somme des premiers termes d'une suite arithmétique (u_n) .

```
def somme_termes(n):
    u = 3
    S = u
    for k in range(1, n+1):
        u = u + 4
        S = S + u
    return S
```

1. Préciser la raison et le premier terme u_0 de cette suite.
2. Exprimer u_n en fonction de n , pour tout entier naturel n puis en déduire la valeur de u_{12} .
3. Que va renvoyer l'instruction `somme_termes(12)` ?
4. Quelle instruction faudrait-il appeler pour calculer $\sum_{k=0}^{18} u_k$?

Exercices de type E3C

Exercice 14

Zouhour a créé une chaîne sur la plateforme Mytube au début de l'année 2015. Cette année-là, elle a généré 1200€ de revenus. Depuis 2015, elle gagne des abonnés et les revenus de sa chaîne augmente de 135€ par an. Pour tout entier naturel n , on note u_n les bénéfices en euros réalisés par la chaîne de Zouhour à l'année 2015+ n . Ainsi, $u_0 = 1200$.

1. (a) Déterminer la nature de la suite (u_n) . Indiquer sa raison et son premier terme.
(b) En déduire l'expression de u_n en fonction de n .
(c) Calculer u_4 . Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
2. Calculer $u_0 + u_1 + \dots + u_6$. Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Si les revenus de la chaîne Mytube de Zouhour continuent d'augmenter de 135€ par an, en quelle année dépasseront-ils les 2500€ ? Expliquer votre démarche.

Exercice 15

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question une seule réponse est correcte. On demande de justifier la réponse.

1. La valeur que l'on doit donner à x pour que les nombres 12, x et 48 soient les termes consécutifs d'une suite arithmétique est :
a) 3 b) 24 c) 30 d) 192
2. Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 3 et telle que $u_4 = 81$. Le premier terme u_0 de cette suite est :
a) 1 b) 3 c) 69 d) 72

3. La suite (u_n) est arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_0 = 0$. La somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{10}$ est égale à :
a) 0 b) 50 c) 250 d) 275
4. Une commune a décidé de lancer un programme ambitieux de construction de logements sociaux. En 2020, elle a lancé la construction de 140 logements et prévoit de construire chaque année 12 logements sociaux de plus que l'année précédente. Le nombre total de logements sociaux construits entre 2020 et 2030 est :
a) $140 + 10 \times 12$ b) $140 + 11 \times 12$ c) $10 \times \frac{140 + 260}{2}$
d) $11 \times \frac{140 + 260}{2}$