

Contrôle de mathématiques n°7

A rédiger sur une feuille double.

Exercice 1 : (4 points)

Résoudre dans $[0; +\infty[$ les équations suivantes :

1. $\log(x) = 8$
2. $10^x = 54$
3. $4\log(x) = 12$
4. $5 \times 10^x + 7 = 20$

Exercice 2 : (2 points)

Dans cet exercice, toutes les justifications se feront sans utiliser la calculatrice.

1. Comparer les nombres suivants en justifiant la réponse :
 $\log(203)$ et $\log(10^3)$
2. Ranger dans l'ordre croissant les nombres suivants en justifiant la réponse :
 $\log(0,3)$; $\log(0,08)$; $\log(1,3)$; $\log(1,0431)$
3. A quelle condition le nombre $\log(a)$ est-il strictement négatif ?

Exercice 3 : (3 points)

Une souche de la bactérie Escherichia coli voit sa population multipliée par 10 toutes les heures. On modélise cette évolution par la fonction p définie par $p(t) = 10^t$, où t est le temps (en heure). A $t = 0$, il y a une seule bactérie.

1. Combien y aura-t-il de bactéries au bout de 2h30min ? (Arrondir à l'unité)
2. Déterminer le temps nécessaire pour que la population atteigne les 1500 individus. Donner le résultat en heures et minutes.

(Tourner la page)

Exercice 4 : (3 points)

Le bruit est une vibration de l'air qui se propage dans toutes les directions à partir de la source sonore. Le niveau sonore se mesure en décibel (dB), il correspond à une grandeur liée à la puissance sonore. Voici ci-contre quelques exemples de niveaux sonores ainsi que les différents seuils (audibilité, confort, danger et douleur) :

Bruit	Niveau sonore en dB
Avion au décollage	130 dB
Seuil de douleur	120 dB
Concert	110 dB
Seuil de danger	90 dB
Restaurant scolaire	85 dB
Seuil de confort	80 dB
Aspirateur	70 dB
Chuchotements	20 dB
Seuil d'audibilité	0 dB

À l'aide d'un sonomètre, on a mesuré le niveau sonore d'une certaine fréquence lors d'un concert en plein air. Pour cela, on a placé le sonomètre à différentes distances de la scène sur laquelle se trouvent les haut-parleurs qui diffusent la musique. Ces mesures ont montré que le niveau sonore $f(x)$, en décibel (dB), obtenu pour une distance de x mètres, est donné par la relation :

$$f(x) = 120 - 20 \log(x) \text{ où } x \in [1; 250].$$

- Quelle est le niveau sonore à 1 mètre de la scène ?
 - Ce niveau sonore est-il acceptable pour une personne non protégée ? Justifier.
- Pour ne pas endommager son audition, il est souhaitable que le niveau sonore reste inférieur à 80 dB. À quelle distance minimale de la scène doit-on se placer pour profiter de ce concert en toute sécurité ? (Pour répondre à la question, on résoudra l'équation $120 - 20 \log(x) = 80$).

Exercice 5 : (3 points)

L'intensité acoustique I d'un bruit (exprimée en Watts par m^2) est reliée à l'intensité sonore L (exprimée en décibels) par la relation suivante :

$$\log(I) = 0,1 \times L - 12$$

- Quelle est l'intensité sonore en décibels d'un son dont l'intensité acoustique est de 1 W/m^2 ? (Moteur d'avion au décollage)
- Dans une salle de classe, on a mesuré une intensité sonore de 70 décibels pendant une séance. Déterminer l'intensité acoustique du bruit dans cette classe.
- Lors de la séance suivante, on a de nouveau mesuré l'intensité sonore et on a constaté qu'elle a augmenté de 3 décibels par rapport à la séance précédente. Par combien a été multipliée l'intensité acoustique ? (On pourra commencer par calculer l'intensité acoustique lors de la 2^{ème} séance).