

Exercice 1 :

1.a) f est croissante sur \mathbb{R} car $3 > 1$.

b) g est décroissante sur \mathbb{R} car $0 < 0,75 < 1$.

c) Tout d'abord, la fonction $x \mapsto 0,25^x$ est décroissante sur \mathbb{R} car $0 < 0,25 < 1$.

Comme -3 est strictement négatif, on en déduit que h est une fonction croissante sur \mathbb{R} .

2. La fonction $x \mapsto 0,4^x$ est décroissante sur \mathbb{R} car $0 < 0,4 < 1$. On en déduit qu'on a l'ordre suivant :

$$0,4^{208} < 0,4^{50} < 0,4^0 < 0,4^{-100} < 0,4^{-304}$$

Remarque : $1 = 0,4^0$.

3. a) $f(1) = 5 \times 1,2^1 = 6$. Au bout d'une seconde, il y aura 6000 bactéries dans la solution.

b) On calcule successivement les différentes images en allant de dixième en dixième jusqu'à dépasser la valeur 25 :

t	$f(t)$
0	5,000
0,1	5,092
0,2	5,186
0,3	5,281
...	...
8,8	24,875
8,9	25,333

Le nombre de bactéries dépassera 25 000 au bout de 8,9 secondes.

Exercice 2 :

1.a) Augmenter de 15% revient à multiplier par 1,15 donc la suite (u_n) est une suite géométrique de raison $q = 1,15$.

On a alors $u_n = u_0 \times q^n$ c'est-à-dire $u_n = 3 \times 1,15^n$.

b) $u_2 = 3 \times 1,15^2 = 3,9675 \approx 3,968$

Au 1^{er} janvier 2020, il y avait environ 3968 habitants.

2.a) Le 1^{er} janvier 2015 a eu lieu 15 ans après le 1^{er} janvier 2000 soit 1,5 décennie plus tard.

$f(1,5) = 3 \times 1,15^{1,5} \approx 3,700$ donc, au 1^{er} janvier 2015, il y avait environ 3700 habitants.

Le 1^{er} janvier 2024 a eu lieu 24 ans après le 1^{er} janvier 2000 soit 2,4 décennies plus tard.

$f(2,4) = 3 \times 1,15^{2,4} \approx 4,196$ donc, au 1^{er} janvier 2024, il y avait environ 4196 habitants.

b) $f(0,3) = 3 \times 1,15^{0,3} \approx 3,128$. Interprétation : au 1^{er} janvier 2003, il y avait environ 3128 habitants.

c) Pour estimer la population au 1^{er} janvier 1995, il faut prendre $x = -0,5$.

$f(-0,5) = 3 \times 1,15^{-0,5} \approx 2,798$ donc on peut estimer qu'il y avait 2798 habitants au 1^{er} janvier 1995.

3. Avec une calculatrice, on trouve que $f(x)$ dépasse 5 à partir de $x = 3,7$ ce qui veut dire que le nombre d'habitants dépassera 5000 à partir de l'année 2037.

Exercice 3 :

1. **Réponse b).** L'image de 4 par la fonction exponentielle de base 2,3 est

$$2,3^4 \approx 27,98$$

2. **Réponse b).** La fonction $x \mapsto 0,8^x$ est décroissante sur \mathbb{R} car $0 < 0,8 < 1$.

Puisque $12 < 10000$ alors $0,8^{12} > 0,8^{10000}$.

Remarque : bien que la calculatrice affiche 0 lorsqu'on calcule $0,8^{10000}$, ce nombre n'est pas égal à 0 car c'est le produit de nombres strictement positifs !

3. **Réponse b).** Puisque $\frac{9}{5} = 1,8$ alors $\frac{9}{5} > 1$ donc la fonction $x \mapsto \left(\frac{9}{5}\right)^x$ est

croissante sur \mathbb{R} . La seule courbe correspondant à une fonction croissante est la courbe b).

4. **Réponse c).** D'après le graphique, $g(1) = 2$ donc $a^1 = 2$ d'où $a = 2$.

5. **Réponse b).** La fonction $x \mapsto 0,3^x$ est décroissante sur \mathbb{R} . Si le nombre k était positif, alors la fonction h serait décroissante sur \mathbb{R} , ce qui n'est pas le cas. Si le nombre k était égal à 0 alors la fonction h serait la fonction nulle, ce qui n'est pas le cas. Le nombre k est donc strictement négatif.