Contrôle n°3 – Corrigé

Exercice 1 :

1. Diminuer de 4% revient à multiplier par 0,96.

$$v_1 = 0,96 \times 10\,000 = 9600$$
$$v_2 = 0,96 \times 9600 = 9216$$

2. $v_{n+1} = 0,96 \times v_n$

3. a) Comme la suite est géométrique de raison $q = 0,96$ alors :

$v_n = v_0 \times q^n$ c'est-à-dire $\boxed{v_n = 10\,000 \times 0,96^n}$

b) $v_5 = 10\,000 \times 0,96^5 \approx 8154$

Il y aura donc 8 154 consoles vendues en 2024.

4. On a :

$$\begin{aligned} v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_5 &= v_0 \times \frac{q^6 - 1}{q - 1} \\ &= 10\,000 \times \frac{0,96^6 - 1}{0,96 - 1} \\ &\approx 54\,311 \end{aligned}$$

Au total, ce sont 54 311 consoles qui seront vendues entre 2019 et 2024.

Exercice 2 :

1. Augmenter de 3% revient à multiplier par 1,03. Ainsi, le salaire en 2022 sera

$$1,03 \times 24\,000 = 24\,720$$

2. D'après la question 1., on a $u_1 = 24\,720$. On en déduit que

$u_2 = 1,03 \times u_1 = 1,03 \times 24\,720 = 25\,461,6$

3. Pour passer d'un terme au suivant, on multiplie par 1,03, c'est-à-dire que $u_{n+1} = 1,03 \times u_n$.

La suite (u_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 1,03$ et de premier terme $u_0 = 24\,000$.

4. Comme la suite est géométrique, $u_n = u_0 \times q^n$ c'est-à-dire $\boxed{u_n = 24\,000 \times 1,03^n}$

5. $u_4 = 24\,000 \times 1,03^4 \approx 27\,012,21$

En 2027, le salaire perçu par cet employé sera de 27 012,21€.

6. a) Lorsqu'on exécute cet algorithme, on obtient le tableau suivant :

u	n	u < 28000 ?
24000	0	Oui
24720	1	Oui
25461,6	2	Oui
26225,45	3	Oui
27012,21	4	Oui
27822,58	5	Oui
28657,26	6	Non

L'algorithme affichera la valeur 6.

b) Le salaire perçu par cet employé dépassera 28000€ par an à partir de l'année 2027 (2021+6).

Exercice 3 :

1. **Réponse a).** La moyenne géométrique de 4 et de 36 est $\sqrt{4 \times 36} = \sqrt{144} = 12$.

2. **Réponse b).** $\sqrt{8 \times 40,5} = \sqrt{324} = 18$ donc ces nombres sont les termes d'une suite géométrique.

3. **Réponse a).** On a :

$$\sum_{k=0}^{8} u_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_8 = u_0 \times \frac{q^9 - 1}{q - 1} = 10 \times \frac{3^9 - 1}{3 - 1} = 10 \times \frac{19683 - 1}{2} = 98410$$

4. **Réponse b).** Puisque $u_{10} = q \times u_9$ alors $51 = 5 \times u_9$ d'où $u_9 = \frac{51}{5} = 10,2$.

5. **Réponse a).** 1ère méthode : $\frac{4,5}{3} = 1,5$ et $\frac{6,75}{4,5} = 1,5$. Cela veut donc dire que

$3 \times 1,5 = 4,5$ et $4,5 \times 1,5 = 6,75$.

2ème méthode : la moyenne géométrique de u_0 et de u_2 est :

$\sqrt{3 \times 6,75} = \sqrt{20,25} = 4,5$ donc $u_1 = 4,5$.