

Contrôle de mathématiques n°1

A rédiger sur une feuille double.

Exercice 1 : (5 points)

Afin d'avoir accès à une source d'eau potable située en profondeur, les habitants d'un village décident de creuser un puits. Une étude des sols a estimé que l'eau était située à 150 mètres de profondeur.

Il se trouve qu'il y a déjà un trou d'une profondeur de 5 mètres à partir duquel les habitants vont creuser. Chaque jour, les habitants peuvent creuser 2,25 mètres de profondeur supplémentaires. On note u_n la profondeur de ce trou, en mètres, au $n^{\text{ème}}$ jour. Ainsi, $u_0 = 5$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . Quelle est la nature de cette suite ?
3. a) Déterminer l'expression de u_n en fonction de n .
b) Quelle sera la profondeur du trou au 40^{ème} jour ?
4. Combien de temps faudra-t-il aux habitants pour accéder à cette source d'eau potable ?

Exercice 2 : (5 points)

Le loyer annuel d'un appartement coûte 6500€ à l'entrée dans les lieux en 2018. Chaque année, le loyer augmente de 150€ (sur l'année). On modélise le prix des loyers annuels par une suite arithmétique (u_n) . On note u_0 le loyer annuel en euros payé en 2018 et on note u_n le prix du loyer annuel en euros pendant l'année 2018+ n .

1. Exprimer le terme u_n en fonction de n .
2. En déduire la valeur du loyer en 2028.
3. Calculer la somme totale que représentent les onze premiers loyers c'est-à-dire $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{10}$.
4. On souhaite savoir à partir de quelle année le loyer annuel dépassera 8200€. Pour cela, on donne l'algorithme suivant :

```
U ← 6500
N ← 2018
Tant que U ≤ 8200
| U ← U + 150
| N ← N + 1
Fin Tant que
```

Que contiennent les variables U et N à la fin de l'exécution de cet algorithme ? (On pourra faire un tableau). Interpréter ces résultats dans le contexte de l'exercice.

Exercice 3 : (5 points)

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse à l'aide de calculs.
Toute réponse non justifiée ne pourra rapporter de point.

1. La moyenne arithmétique de 40 et de -26 est égale à 8.
2. Les trois nombres 2,8 ; 4,15 et 5,6 sont les termes consécutifs d'une suite arithmétique.
3. Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 4$ et de raison $r = 8$ alors
 $u_0 + u_1 + \dots + u_{12} = 578$.
4. Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_0 = 20$ et de raison $r = -7$ alors u_6 est un nombre strictement négatif.
5. Si (u_n) est une suite arithmétique de premier terme $u_1 = -4$ et de raison $r = 5$ alors
 $u_{2021} = 10101$.