Bac – Centres Etrangers Juin 2024 - Jour 2

Un sac opaque contient huit jetons numérotés de 1 à 8, indiscernables au toucher.
À trois reprises, un joueur pioche un jeton dans ce sac, note son numéro, puis le remet dans le sac.
Dans ce contexte, on appelle « tirage » la liste ordonnée des trois numéros obtenus.
Par exemple, si le joueur pioche le jeton numéro 4, puis le jeton numéro 5, puis le jeton numéro 1, alors le tirage correspondant est (4 ; 5 ; 1).

1. Déterminer le nombre de tirages possibles.
2. (a) Déterminer le nombre de tirages sans répétition de numéro.
   (b) En déduire le nombre de tirages contenant au moins une répétition de numéro.

On note X_1 la variable aléatoire égale au numéro du premier jeton pioché, X_2 celle égale au numéro du deuxième jeton pioché et X_3 celle égale au numéro du troisième jeton pioché. Puisqu'il s'agit d'un tirage avec remise, les variables aléatoires X_1, X_2, et X_3 sont indépendantes et suivent la même loi de probabilité.

3. Établir la loi de probabilité de la variable aléatoire X_1
4. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire X_1

On note $S = X_1 + X_2 + X_3$ la variable aléatoire égale à la somme des numéros des trois jetons piochés.

5. Déterminer l'espérance de la variable aléatoire S.
6. Déterminer $P(S = 24)$.
7. Si un joueur obtient une somme supérieure ou égale à 22, alors il gagne un lot.
   (a) Justifier qu'il existe exactement 10 tirages permettant de gagner un lot.
   (b) En déduire la probabilité de gagner un lot.

D'après bac S – Polynésie Septembre 2019

Lors d'une communication électronique, tout échange d'information se fait par l'envoi d'une suite de 0 ou de 1,appelés bits, et cela par le biais d'un canal qui est généralement un câble électrique, des ondes radio, ... Une suite de huit bits est appelé octet. Par exemple, 10010110 est un octet.

1. On se place dans le cas où l'on envoie, sur le canal, successivement 8 bits qui forment un octet. On envoie un octet au hasard. On suppose la transmission de chaque bit indépendante de la transmission des bits précédents. On admet que la probabilité qu'un bit soit mal transmis est égale à 0,01.
   (a) Dans cette question, on s'intéresse à la transmission d'un bit. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X qui vaut 1 si le bit est mal transmis et qui vaut 0 sinon.

Sommes de variables aléatoires — Sujets de bac

   (b) Si $(X_1, X_2, \ldots, X_8)$ est un échantillon de taille 8 de la loi de X, on note S la variable aléatoire égale à $X_1 + X_2 + \cdots + X_8$. Que représente la variable S ?
   (c) Déterminer la loi de probabilité de S.
   (d) Que peut-on penser de l'affirmation « La probabilité que le nombre de bits mal transmis de l'octet soit au moins égal à trois est négligeable » ?
2. On souhaite estimer le nombre moyen de bits mal transmis par octet.
   (a) Recopier et compléter la fonction en Python `erreur_octet` ci-dessous afin qu'elle simule le nombre d'erreurs dans la transmission d'un octet.

```
import random

def erreur_octet():
        err = 0
        for bit in range(.........):
                if random.randint(1,100) == 1:
                        err = ......
        return err
```

   (a) Écrire une fonction `estimation_erreur` qui a pour argument un nombre `n` de type entier et qui calcule le nombre d'erreurs moyen par octet à partir de n simulations.

Sommes de variables aléatoires — Sujets de bac

D'après bac – sujet zéro 2024

Dans un examen, une épreuve notée sur dix points est constituée de deux exercices : le premier est noté sur deux points, le deuxième sur huit points.

Partie I

Le premier exercice est constitué de deux questions Q1 et Q2.
Chaque question est notée sur un point. Une réponse correcte rapporte un point ; une réponse incorrecte, incomplète ou une absence de réponse rapporte zéro point.
On considère que :

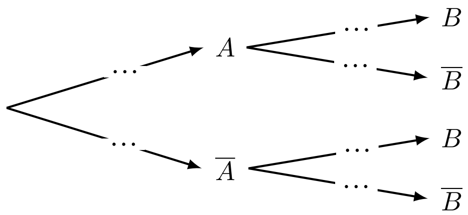
— Un candidat pris au hasard a une probabilité 0,8 de répondre correctement à la question Q1.
— Si le candidat répond correctement à Q1, il a une probabilité 0,6 de répondre correctement à Q2 ; s'il ne répond pas correctement à Q1, il a une probabilité 0,1 de répondre correctement à Q2.

On prend un candidat au hasard et on note :

— A l'évènement : « le candidat répond correctement à la question Q1 » ;
— B l'évènement : « le candidat répond correctement à la question Q2 ».

On note $\overline{A}$ et $\overline{B}$ les évènements contraires de A et de B.

1. Recopier et compléter les pointillés de l'arbre pondéré ci-dessous.



2. Calculer la probabilité que le candidat réponde correctement aux deux questions Q1 et Q2.
3. Calculer la probabilité que le candidat réponde correctement à la question Q2.

On note :

— X_1 la variable aléatoire qui, à un candidat, associe sa note à la question Q1 ;
— X_2 la variable aléatoire qui, à un candidat, associe sa note à la question Q2 ;
— X la variable aléatoire qui, à un candidat, associe sa note à l'exercice, c'est-à-dire $X = X_1 + X_2$.

4. Déterminer l'espérance de X_1 et de X_2. En déduire l'espérance de X. Donner une interprétation de l'espérance de X dans le contexte de l'exercice.
5. On souhaite déterminer la variance de X.
   (a) Déterminer $P(X = 0)$ et $P(X = 2)$. En déduire $P(X = 1)$.
   (b) Montrer que la variance de X vaut 0,57.
   (c) A-t-on $V(X) = V(X_1) + V(X_2)$? Est-ce surprenant ?

Partie II

Le deuxième exercice est constitué de huit questions indépendantes.
Chaque question est notée sur un point. Une réponse correcte rapporte un point ; une réponse incorrecte et une absence de réponse rapporte zéro point.
Les huit questions sont de même difficulté : pour chacune des questions, un candidat a une probabilité $\frac{3}{4}$ de répondre correctement, indépendamment des autres questions.
On note Y la variable aléatoire qui, à un candidat, associe sa note au deuxième exercice, c'est-à-dire le nombre de bonnes réponses.

1. Justifier que Y suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
2. Donner la valeur exacte de $P(Y = 8)$.
3. Donner l'espérance et la variance de Y.

Partie III

On suppose que les deux variables aléatoires X et Y sont indépendantes. On note la variable aléatoire qui, à un candidat, associe sa note totale à l'examen : $Z = X + Y$.

1. Calculer l'espérance et la variance de Z.
2. Soit n un nombre entier strictement positif.
   Pour i entier variant de 1 à n, on note Z_i la variable aléatoire qui, à un échantillon de n élèves, associe la note de l'élève numéro i à l'examen.
   On admet que les variables aléatoires $Z_1, Z_2, \ldots, Z_n$ sont identiques à Z et indépendantes.
   On note M_n la variable aléatoire qui, à un échantillon de n élèves, associe la moyenne de leurs n notes, c'est-à-dire :

$$M_n = \frac{Z_1 + Z_2 + \cdots + Z_n}{n}$$

   (a) Quelle est l'espérance de M_n ?
   (b) Quelles sont les valeurs de n telles que l'écart type de M_n soit inférieur ou égal à 0,5 ?