Bac ES — Centres Etrangers 2019

Afin de conserver au fil des années un parc en bon état, un loueur de vélos se sépare chaque hiver de 20 % de son stock et achète ensuite 35 nouveaux vélos.
On modélise la situation par une suite (u_n) où, pour tout entier naturel $n,\ u_n$ représente le nombre de vélos présents dans le stock de ce loueur au 1er juillet de l'année $(2018 + n)$.
Au 1er juillet 2018, le loueur possède 150 vélos, ainsi $u_0 = 150$.

1. (a) Déterminer le nombre de vélos dans le stock du loueur au 1er juillet 2019.

   (b) Justifier que, pour tout entier naturel n, on a : $u_{n+1} = 0,8u_n + 35$.

2. On a calculé les premiers termes de cette suite à l'aide d'un tableur.

   Une copie d'écran est donnée ci-dessous :

	A	B
1	rang n	terme u_n
2	0	150
3	1	155
4	2	159
5	3	162,2

   (a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par copie vers le bas, les termes successifs de la suite (u_n) ?

   (b) Pour les termes de rang 36, 37, 38, 39 et 40, on obtient les résultats suivants (arrondis au millième) :

38	36	174,992
39	37	174,994
40	38	174,995
41	39	174,996
42	40	174,997

   Conjecturer la limite de la suite (u_n).

3. *Dans cette question, on cherche à démontrer la conjecture émise à la question précédente.*

   Pour cela, on pose pour tout entier naturel n : $v_n = u_n - 175$.

   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

   (b) En déduire que, pour tout entier naturel n, on a : $u_n = -25 \times 0,8^n + 175$.

   (c) Déterminer alors la limite de la suite (u_n).

4. On admet que la suite (u_n) est croissante.

   Déterminer l'ensemble des entiers naturels n tels que : $u_n \geqslant 170$.

   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Suites (2ème partie) — Sujet de bac

Bac S - Amérique du Sud Novembre 2019

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier $n \geqslant 0$ par : $\begin{cases} u_{n+1} = 3 - \dfrac{10}{u_n + 4} \\ u_0 = 5 \end{cases}$

Partie A :

1. Déterminer la valeur exacte de u_1 et de u_2.
2. Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant 1$.
3. Démontrer que, pour tout entier naturel $n,\ u_{n+1} - u_n = \dfrac{(1 - u_n)(u_n + 2)}{u_n + 4}$.
4. En déduire le sens de variation de la suite (u_n)
5. Justifier que la suite (u_n) converge.

Partie B :

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \dfrac{u_n - 1}{u_n + 2}$.

1. (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison et le premier terme v_0.

   (b) Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que pour tout entier naturel $n,\ v_n \neq 1$.

2. Démontrer que pour tout entier naturel n, $u_n = \dfrac{2v_n + 1}{1 - v_n}$.
3. En déduire la limite de la suite (u_n).

Partie C :

On considère l'algorithme ci-contre.

1. Après exécution de l'algorithme, quelle valeur est contenue dans la variable n ?
2. À l'aide des parties A et B, interpréter cette valeur.

```
u ← 5
n ← 0
Tant que u ⩾ 1,01
   n ← n + 1
   u ← 3 − 10/(u + 4)
Fin du Tant que
```