D'après Bac S — Centres étrangers 2018

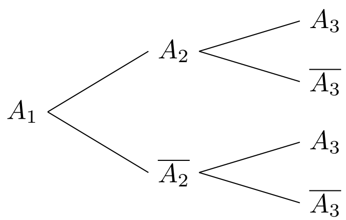
Un détaillant en fruits et légumes étudie l'évolution de ses ventes de melons afin de pouvoir anticiper ses commandes. Il réalise une étude sur ses clients. Il constate que :

— parmi les clients qui achètent un melon une semaine donnée, 90 % d'entre eux achètent un melon la semaine suivante ;

— parmi les clients qui n'achètent pas de melon une semaine donnée, 60 % d'entre eux n'achètent pas de melon la semaine suivante.

On choisit au hasard un client ayant acheté un melon au cours de la semaine 1 et, pour $n \geqslant 1$, on note A_n l'évènement : « le client achète un melon au cours de la semaine n ». On a ainsi $p(A_1) = 1$.

1. (a) Reproduire et compléter l'arbre de probabilités ci-contre, relatif aux trois premières semaines.
   (b) Démontrer que $p(A_3) = 0,85$.
   (c) Sachant que le client achète un melon au cours de la semaine 3, quelle est la probabilité qu'il en ait acheté un au cours de la semaine 2 ?
   Arrondir au centième.



Dans la suite, on pose pour tout entier $n \geqslant 1 :\ p_n = P(A_n)$. On a ainsi $p_1 = 1$.

2. Démontrer que, pour tout entier $n \geqslant 1 : p_{n+1} = 0,5p_n + 0,4$.
3. (a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier $n \geqslant 1 : p_n > 0,8$.
   (b) Démontrer que la suite (p_n) est décroissante.
   (c) Écrire en langage Python une fonction `seuil` qui prend en argument un nombre A $> 0,8$ et qui renvoie le plus entier naturel n tel que $p_n \leqslant A$.
4. On pose pour tout entier $n \geqslant 1 : v_n = p_n - 0,8$.
   (a) Démontrer que (v_n) est une suite géométrique dont on donnera le premier terme v_1 et la raison.
   (b) Exprimer v_n en fonction de n.
   En déduire que, pour tout $n \geqslant 1,\ p_n = 0,8 + 0,2 \times 0,5^{n-1}$.

Suites (1ère partie) — Sujet de bac

Bac S — d'après Polynésie Juin 2012

Partie A
On considère l'algorithme suivant écrit en langage Python :

```
u = 0
for k in range(0,n):
    u = 3*u-2*k+3
print(u)
```

Quel est l'affichage en sortie lorsque `n=3` ?
Partie B
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3.$$

1. Calculer u_1 et u_2.
2. (a) Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n, $u_n \geqslant n$.
   (b) En déduire la limite de la suite (u_n).
3. Démontrer que la suite (u_n) est croissante.
4. Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n, par $v_n = u_n - n + 1$.
   (a) Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
   (b) En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 3^n + n - 1$.
5. Soit p un entier naturel non nul.
   (a) Pourquoi peut-on affirmer qu'il existe au moins un entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, $u_n \geqslant 10^p$?
   On s'intéresse maintenant au plus petit entier n_0.
   (b) Justifier que $n_0 \leqslant 3p$.
   (c) Déterminer à l'aide de la calculatrice cet entier n_0 pour la valeur $p = 3$.
   (d) Proposer un algorithme qui, pour une valeur de p donnée en entrée, affiche en sortie la valeur du plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geqslant n_0$, on ait $u_n \geqslant 10^p$.