Suites (1ère partie) — Activité

Suites arithmétiques

Rappel

- Une suite (u_n) est arithmétique s'il existe un réel r tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + r$$

- Si une suite est arithmétique de raison r alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p + r \times (n - p)$$

- En particulier, si une suite est arithmétique alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + r \times n$$

En 2019, le nombre d'abonnés à une page de réseau social d'un musicien était de 6000. On suppose que chaque année, il obtient 750 abonnés supplémentaires. On désigne par u_n le nombre d'abonnés en 2019+n pour tout entier naturel n.

1. Calculer le nombre d'abonnés en 2020 et 2021.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Quelle est la nature de la suite (u_n) ?
4. En déduire une expression de u_n en fonction de n.
5. En quelle année le nombre d'abonnés aura triplé par rapport à l'année 2019 ?

Suites géométriques

Rappel

- Une suite (u_n) est géométrique s'il existe un réel q tel que

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = q \times u_n$$

- Si une suite est géométrique de raison q alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_p \times q^{n-p}$$

- En particulier, si une suite est géométrique alors

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n$$

Un service de vidéos à la demande réfléchit au lancement d'une nouvelle série mise en ligne chaque semaine et qui aurait comme sujet le quotidien de jeunes défavorisés.
Le nombre de visionnages estimé la première semaine est de 120000. Ce nombre augmenterait ensuite de 2% chaque semaine.

Les dirigeants souhaiteraient obtenir au moins 400000 visionnages par semaine.
On modélise cette situation par une suite (u_n) où u_n représente le nombre de visionnages n semaines après le début de la diffusion. On a donc $u_0 = 120000$.

1. Calculer le nombre u_1 de visionnages une semaine après le début de la diffusion.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
3. Justifier que pour tout entier naturel n, $u_n = 120000 \times 1,02^n$.
4. On donne un algorithme ci-dessous écrit en langage Python. Déterminer la valeur affichée par cet algorithme et interpréter le résultat précédent dans le contexte de l'exercice.

```
def seuil():
        u = 120000
        n = 0
        while u < 400000 :
                n = n+1
                u = 1.02 * u
        return n
```

Sens de variation d'une suite

Rappel

- Une suite (u_n) est croissante si $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leqslant u_{n+1}$.
- Une suite (u_n) est décroissante si $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geqslant u_{n+1}$.
- Une suite (u_n) est constante si $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_{n+1}$.

On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel par $u_n = \dfrac{n+2}{n+1}$.

1. Calculer u_0, u_1, u_2 et u_{99}.
2. (a) Montrer que pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n = \dfrac{-1}{(n+1)(n+2)}$.

   (b) En déduire le sens de variation de la suite (u_n).
3. Recopier et compléter le programme Python suivant pour qu'il permette de déterminer le plus petit entier naturel n tels que $u_n \leqslant a$ où a est un nombre de l'intervalle $]1;2]$.

```
def seuil(a):
        n = 0
        while (n+2) / (n+1) ... a :
                n = ...
        return ...
```