Terminale Spécialité Nom :
Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°6

SUJET A

Exercice 1 : (4 points)
Une classe compte 32 élèves dont 20 filles. Le professeur de mathématiques interroge au hasard un élève de la classe au début de chaque cours, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogé lors des cours précédents.

On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de 5 séances consécutives.

1) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0,625$.

2) Quelle est la probabilité que sur 5 séances consécutives :
a) soient interrogées 3 filles exactement ?

b) soient interrogées au plus 3 filles ?

c) soient interrogées au moins 3 filles ?

3) En moyenne, combien de filles seront interrogées sur 5 séances ?

Terminale Spécialité Nom :

Nom du voisin :

Exercice 2 : (1 point)

On lance n fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque série de n lancers associe le nombre de fois où « Pile » est apparu. On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,5$.

Combien de lancers faut-il faire au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » sur les n lancers soit supérieure à 0,999 ?

Terminale Spécialité

Nom :

Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°6

SUJET B

Exercice 1 :

Une classe compte 32 élèves dont 24 filles. Le professeur de mathématiques interroge au hasard un élève de la classe au début de chaque cours, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogé lors des cours précédents.

On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de 5 séances consécutives.

1) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres $n=5$ et $p=0,75$.

2) Quelle est la probabilité que sur 5 séances consécutives :

a) soient interrogées 2 filles exactement ?

b) soient interrogées au plus 2 filles ?

c) soient interrogées au moins 2 filles ?

3) En moyenne, combien de filles seront interrogées sur 5 séances ?

Terminale Spécialité

Nom :

Nom du voisin :

Exercice 2 : (1 point)

On lance n fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque série de n lancers associe le nombre de fois où « Pile » est apparu. On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,5$.

Combien de lancers faut-il faire au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » sur les n lancers soit supérieure à 0,999 ?

Terminale Spécialité | Nom :
Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°6 - CORRIGE

SUJET A

Exercice 1 : (4 points)
Une classe compte 32 élèves dont 20 filles. Le professeur de mathématiques interroge au hasard un élève de la classe au début de chaque cours, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés lors des cours précédents.

On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de 5 séances consécutives.

1) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres *n=5* et *p=0,625*.

On répète 5 fois de suite de manière identique et indépendante l'expérience de Bernoulli qui consiste à choisir un élève au hasard et à voir si c'est une fille (probabilité de succès $p=\frac{20}{32}=0,625$). Comme X compte le nombre de succès, alors X suit une loi binomiale de paramètres *n=5* et *p=0,625*.

2) Quelle est la probabilité que sur 5 séances consécutives :
a) soient interrogées 3 filles exactement ?

$$\begin{aligned} P(X=3) &= \binom{5}{3}\times 0,625^3\times(1-0,625)^{5-3} \\ &= 10\times 0,625^3\times 0,375^2 \\ &= 0,343 \end{aligned}$$

b) soient interrogées au plus 3 filles ?

$$\begin{aligned} P(X\le 3) &= P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)+P(X=3) \\ &= 0,007+0,062+0,206+0,343 \\ &= 0,618 \end{aligned}$$

c) soient interrogées au moins 3 filles ?

$$\begin{aligned} P(X\ge 3) &= 1-P(X<3) \\ &= 1-P(X\le 2) \\ &= 1-(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)) \\ &= 1-(0,007+0,062+0,206) \\ &= 0,725 \end{aligned}$$

3) En moyenne, combien de filles seront interrogées sur 5 séances ?

$$\begin{aligned} E(X) &= n\times p \\ &= 5\times 0,625 = 3,125 \end{aligned}$$

En moyenne, 3,125 filles seront interrogées sur 5 séances.

Terminale Spécialité Nom :

Nom du voisin :

Exercice 2 : (1 point)

On lance n fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque série de n lancers associe le nombre de fois où « Pile » est apparu. On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p=0,5$.

Combien de lancers faut-il faire au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » sur les n lancers soit supérieure à 0,999 ?

$$\begin{aligned}
P(X \geq 1) > 0,999 &\Leftrightarrow 1-P(X<1) > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 1-P(X \leq 0) > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 1-P(X=0) > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 1-\binom{n}{0}\times 0,5^0 \times (1-0,5)^{n-0} > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 1-1\times 1\times 0,5^n > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 1-0,5^n > 0,999 \\
&\Leftrightarrow 0,001 > 0,5^n
\end{aligned}$$

A l'aide d'une calculatrice, on trouve le tableau suivant :

n	$0,5^n$	
0	1	
1	0,5	
2	0,25	
3	0,125	
4	0,0625	
5	0,03125	
6	0, 015625	
7	0,0078125	
8	0,00390625	
9	0,001953125	
10	0,0009765625	$\leftarrow$ <0,001

Il faut donc lancer la pièce au minimum 10 fois pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » soit supérieure à 0,999.

Interrogation de mathématiques n°6 - CORRIGE

SUJET B

Exercice 1 : (4 points)
Une classe compte 32 élèves dont 24 filles. Le professeur de mathématiques interroge au hasard un élève de la classe au début de chaque cours, sans se rappeler quels élèves il a déjà interrogés lors des cours précédents.

On note X la variable aléatoire qui correspond au nombre de filles interrogées au cours de 5 séances consécutives.

1) Justifier que X suit une loi binomiale de paramètres *n=5* et *p=0,75*.

On répète 5 fois de suite de manière identique et indépendante l'expérience de Bernoulli qui consiste à choisir un élève au hasard et à voir si c'est une fille (probabilité de succès $p=\frac{24}{32}=0,75$). Comme X compte le nombre de succès, alors X suit une loi binomiale de paramètres *n=5* et *p=0,625*.

2) Quelle est la probabilité que sur 5 séances consécutives :
a) soient interrogées 2 filles exactement ?

$$\begin{aligned}P(X=2)&=\binom{5}{2}\times 0,75^2\times(1-0,75)^{5-2}\\&=10\times 0,625^3\times 0,375^2\\&=0,088\end{aligned}$$

b) soient interrogées au plus 2 filles ?

$$\begin{aligned}P(X\leq 2)&=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)\\&=0,001+0,015+0,088\\&=0,104\end{aligned}$$

c) soient interrogées au moins 2 filles ?

$$\begin{aligned}P(X\geq 2)&=1-P(X<2)\\&=1-P(X\leq 1)\\&=1-(P(X=0)+P(X=1))\\&=1-(0,001+0,015)\\&=0,984\end{aligned}$$

3) En moyenne, combien de filles seront interrogées sur 5 séances ?

$$\begin{aligned}E(X)&=n\times p\\&=5\times 0,75=3,75\end{aligned}$$

En moyenne, 3,75 filles seront interrogées sur 5 séances.

Terminale Spécialité Nom :

Nom du voisin :

Exercice 2 : (1 point)

On lance n fois de suite une pièce de monnaie bien équilibrée. On note X la variable aléatoire qui à chaque série de n lancers associe le nombre de fois où « Pile » est apparu. On admet que X suit une loi binomiale de paramètres n et $p=0,5$.

Combien de lancers faut-il faire au minimum pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » sur les n lancers soit supérieure à 0,999 ?

$$\begin{aligned} P(X\geq 1)>0,999 &\Leftrightarrow 1-P(X<1)>0,999 \\ &\Leftrightarrow 1-P(X\leq 0)>0,999 \\ &\Leftrightarrow 1-P(X=0)>0,999 \\ &\Leftrightarrow 1-\binom{n}{0}\times 0,5^0\times(1-0,5)^{n-0}>0,999 \\ &\Leftrightarrow 1-1\times 1\times 0,5^n>0,999 \\ &\Leftrightarrow 1-0,5^n>0,999 \\ &\Leftrightarrow 0,001>0,5^n \end{aligned}$$

A l'aide d'une calculatrice, on trouve le tableau suivant :

n	$0,5^n$	
0	1	
1	0,5	
2	0,25	
3	0,125	
4	0,0625	
5	0,03125	
6	0, 015625	
7	0,0078125	
8	0,00390625	
9	0,001953125	
10	0,0009765625	$\leftarrow$ <0,001

Il faut donc lancer la pièce au minimum 10 fois pour que la probabilité d'obtenir au moins une fois « Pile » soit supérieure à 0,999.