Terminale spécialité

Nom :

Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°3

SUJET A

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite (u_n) en justifiant la réponse.

1. $u_n = n^2 + \frac{3}{n}$

2. $u_n = \left(e^n - 3\right)\left(-5 + \frac{1}{n^2}\right)$

3. $u_n = \frac{2 + e^{-n}}{n^3 + 1}$

Nom :
Nom du voisin :

4. $u_n = -8n^3 - 2n^2 + 5n - 1$

5. $u_n = \dfrac{n+1}{3n^2 - 4}$

Terminale spécialité

Nom :
Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°3

SUJET B

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite (u_n) en justifiant la réponse.

1. $u_n = \dfrac{2}{\sqrt{n}} + n^3$

2. $u_n = \left(3 - \dfrac{1}{n}\right)\left(e^n + 5\right)$

3. $u_n = \dfrac{n^2 - 3}{e^{-n} + 5}$

Nom :
Nom du voisin :

4. $u_n = -2n^4 - 5n^3 + 7n + 12$

5. $u_n = \dfrac{3n^2 - 5}{6n + 7}$

Terminale spécialité

Nom :

Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°3 – CORRIGE

SUJET A

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite (u_n) en justifiant la réponse.

1. $u_n = n^2 + \frac{3}{n}$

D'un part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{3}{n} = 0$

Donc, par somme des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

2. $u_n = \left(e^n - 3\right)\left(-5 + \frac{1}{n^2}\right)$

D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n - 3 = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} -5 + \frac{1}{n^2} = -5$ (car $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n = +\infty$)

Donc, par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

3. $u_n = \frac{2 + e^{-n}}{n^3 + 1}$

D'un part, $\lim\limits_{n\to+\infty} 2 + e^{-n} = 2$ (car $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$)

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 + 1 = +\infty$

Donc, par quotient des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

4. $u_n = -8n^3 - 2n^2 + 5n - 1$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\begin{aligned} -8n^3 - 2n^2 + 5n - 1 &= n^3\left(-8 - \frac{2n^2}{n^3} + \frac{5n}{n^3} - \frac{1}{n^3}\right) \\ &= n^3\left(-8 - \frac{2}{n} + \frac{5}{n^2} - \frac{1}{n^3}\right) \end{aligned}$$

D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} -8 - \frac{2}{n} + \frac{5}{n^2} - \frac{1}{n^3} = -8$

Donc par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

5. $u_n = \dfrac{n+1}{3n^2-4}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\begin{aligned} \frac{n+1}{3n^2-4} &= \frac{n\left(1+\frac{1}{n}\right)}{n^2\left(3-\frac{4}{n^2}\right)} \\ &= \frac{1+\frac{1}{n}}{n\left(3-\frac{4}{n^2}\right)} \end{aligned}$$

D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} 1 + \frac{1}{n} = 1$

D'autre part,

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3 - \frac{4}{n^2} = 3 \end{cases}$$

Donc, par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(3 - \frac{4}{n^2}\right) = +\infty$

Donc, par quotient des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Terminale spécialité

Nom :

Nom du voisin :

Interrogation de mathématiques n°3 – CORRIGE

SUJET B

Dans chaque cas, calculer la limite de la suite (u_n) en justifiant la réponse.

1. $u_n = \dfrac{2}{\sqrt{n}} + n^3$

D'un part, $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{2}{\sqrt{n}} = 0$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^3 = +\infty$

Donc, par somme des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

2. $u_n = \left(3 - \dfrac{1}{n}\right)\left(e^n + 5\right)$

D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} 3 - \dfrac{1}{n} = 3$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n + 5 = +\infty$ (car $\lim\limits_{n\to+\infty} e^n = +\infty$)

Donc, par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

3. $u_n = \dfrac{n^2 - 3}{e^{-n} + 5}$

D'un part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^2 - 3 = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} + 5 = 5$ (car $\lim\limits_{n\to+\infty} e^{-n} = 0$)

Donc, par quotient des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

4. $u_n = -2n^4 - 5n^3 + 7n + 12$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$-2n^4 - 5n^3 + 7n + 12 = n^4\left(-2 - \frac{5n^3}{n^4} + \frac{7n}{n^4} + \frac{12}{n^4}\right)$$
$$= n^4\left(-2 - \frac{5}{n} + \frac{7}{n^3} + \frac{12}{n^4}\right)$$

D'une part, $\lim\limits_{n\to+\infty} n^4 = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} -2 - \frac{5}{n} + \frac{7}{n^3} + \frac{12}{n^4} = -2$

Donc, par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

5. $u_n = \dfrac{3n^2 - 5}{6n + 7}$

Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,

$$\frac{3n^2 - 5}{6n + 7} = \frac{n^2\left(3 - \frac{5}{n^2}\right)}{n\left(6 + \frac{7}{n}\right)}$$
$$= \frac{n\left(3 - \frac{5}{n^2}\right)}{6 + \frac{7}{n}}$$

D'une part,

$$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} n = +\infty \\ \lim\limits_{n\to+\infty} 3 - \dfrac{5}{n^2} = 3 \end{cases}$$

Donc par produit des limites, $\lim\limits_{n\to+\infty} n\left(3 - \frac{5}{n^2}\right) = +\infty$

D'autre part, $\lim\limits_{n\to+\infty} 6 + \frac{7}{n} = 6$.

Donc par quotient des limites, on a $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.