Samedi 9 mai 2026

Mathématiques

Baccalauréat Blanc

Terminale Spécialité

Durée : 4 heures

L'usage de la calculatrice en mode examen est autorisé.

Tous les objets connectés (téléphone, montre, ...) doivent être éteints et dans vos sacs.

Merci d'écrire le nom de votre professeur sur l'en-tête de votre copie.

Exercice 1 (5 points)

La directrice d'une école souhaite réaliser une étude auprès des étudiants qui ont passé l'examen de fin d'étude, pour analyser la façon dont ils pensent avoir réussi cet examen.

Pour cette étude, on demande aux étudiants à l'issue de l'examen de répondre individuellement à la question : « Pensez-vous avoir réussi l'examen ? ».

Seules les réponses « oui » ou « non » sont possibles, et on observe que $91,7\,\%$ des étudiants interrogés ont répondu « oui ».

Suite à la publication des résultats à l'examen, on découvre que :

- $65\,\%$ des étudiants ayant échoué ont répondu « non » ;
- $98\,\%$ des étudiants ayant réussi ont répondu « oui ».

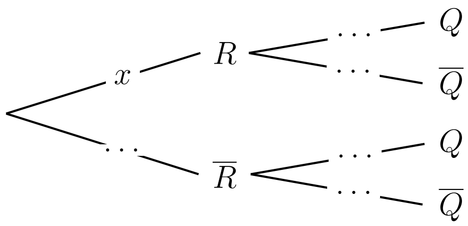
On interroge au hasard un étudiant qui a passé l'examen.

On note R l'évènement « l'étudiant a réussi l'examen » et Q l'évènement « l'étudiant a répondu « oui » à la question ».

Pour un évènement A quelconque, on note $P(A)$ sa probabilité et $\overline{A}$ son évènement contraire.

Dans tout l'exercice, les probabilités sont, si besoin, arrondies à 10^{-3} près.

1. Préciser les valeurs des probabilités $P(Q)$ et $P_{\overline{R}}\left(\overline{Q}\right)$.
2. On note x la probabilité que l'étudiant interrogé ait réussi l'examen.
   (a) Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous.



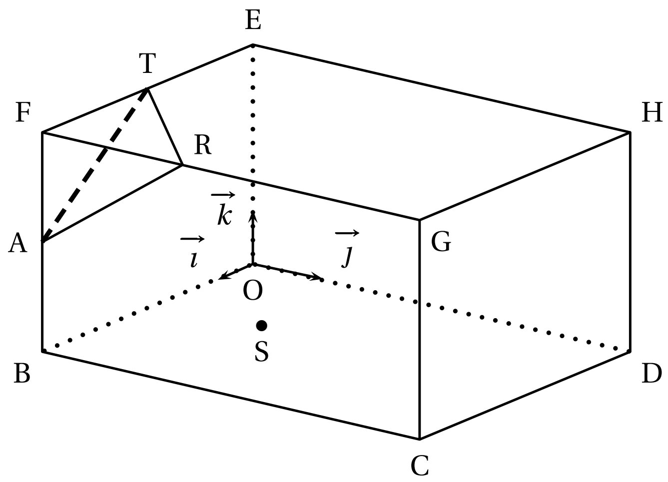
   (b) Montrer que $x = 0,9$.
3. L'étudiant interrogé a répondu « oui » à la question.
   Quelle est la probabilité qu'il ait réussi l'examen ?
4. La note obtenue par un étudiant interrogé au hasard est un nombre entier entre 0 et 20 . On suppose qu'elle est modélisée par une variable aléatoire N qui suit la loi binomiale de paramètres $(20\ ;\ 0,615)$.
   La directrice souhaite attribuer une récompense aux étudiants ayant obtenu les meilleurs résultats.
   À partir de quelle note doit-elle attribuer les récompenses pour que $65\,\%$ des étudiants soient récompensés ?
5. On interroge au hasard dix étudiants.
   Les variables aléatoires $N_1, N_2, \ldots, N_{10}$ modélisent la note sur 20 obtenue à l'examen par chacun d'entre eux. On admet que ces variables sont indépendantes et suivent la même loi binomiale de paramètres $(20\ ;\ 0,615)$.
   Soit S la variable définie par $S = N_1 + N_2 + \cdots + N_{10}$.
   Calculer l'espérance $E(S)$ et la variance $V(S)$ de la variable aléatoire S.
6. On considère la variable aléatoire $M = \dfrac{S}{10}$.
   (a) Que modélise cette variable aléatoire M dans le contexte de l'exercice ?
   (b) Justifier que $E(M) = 12,3$ et $V(M) = 0,47355$.

Exercice 2 (5 points)

Une exposition d'art contemporain a lieu dans une salle en forme de pavé droit de largeur 6 m, de longueur 8 m et de hauteur 4 m.

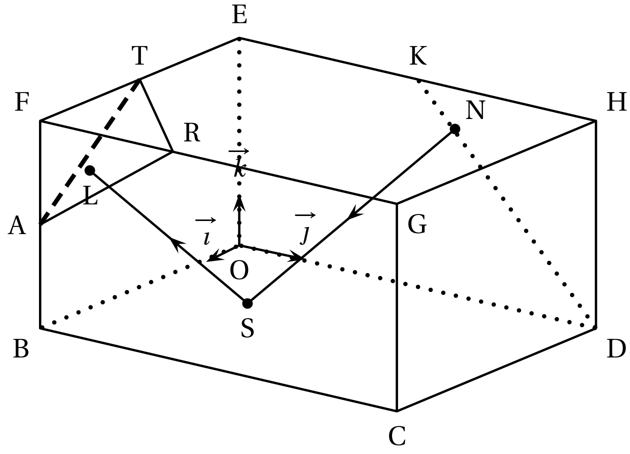
Elle est représentée par le parallélépipède rectangle OBCDEFGH où OB = 6 m, OD = 8 m et OE = 4 m.

On utilise le repère orthonormé tel que $\vec{\imath} = \frac{1}{6}\overrightarrow{OB}$, $\vec{\jmath} = \frac{1}{8}\overrightarrow{OD}$ et $\vec{k} = \frac{1}{4}\overrightarrow{OE}$.



Dans ce repère on a, en particulier C(6 ; 8 ; 0), F(6 ; 0 ; 4) et G(6 ; 8 ; 4).
Une des œuvres exposées est un triangle de verre représenté par le triangle ART qui a pour sommets A(6 ; 0 ; 2), R(6 ; 3 ; 4) et T(3 ; 0 ; 4), Enfin, S est le point de coordonnées $\left(3\ ;\ \frac{5}{2}\ ;\ 0\right)$.

1. (a) Vérifier que le triangle ART est isocèle en A.
   (b) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AR} \cdot \overrightarrow{AT}$.
   (c) En déduire une valeur approchée à 0,1 degré près de l'angle $\widehat{RAT}$.
2. (a) Justifier que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$ est un vecteur normal au plan (ART).
   (b) En déduire une équation cartésienne du plan (ART).
3. Un rayon laser dirigé vers le triangle ART est émis du plancher à partir du point S. On admet que ce rayon est orthogonal au plan (ART).
   (a) Soit Δ la droite orthogonale au plan (ART) et passant par le point S.
   Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ.
   (b) Soit L le point d'intersection de la droite Δ, avec le plan (ART).
   Démontrer que L a pour coordonnées $\left(5\ ;\ \frac{1}{2}\ ;\ 3\right)$.
4. L'artiste installe un rail représenté par le segment [DK] ou K est le milieu du segment [EH].
   Sur ce rail, il positionne une source lumineuse laser en un point N du segment [DK] et il oriente ce second rayon laser vers le point S.



(a) Montrer que, pour tout réel t de l'intervalle $[0\,;\,1]$, le point N de coordonnées $(0\ ;\ 8-4t\ ;\ 4t)$ est un point du segment [DK].

(b) Calculer les coordonnées exactes du point N tel que les deux rayons laser représentés par les segments [SL] et [SN] soient perpendiculaires.

Exercice 3 (5 points)

L'objet de cet exercice est l'étude de l'arrêt d'un chariot sur un manège, à partir du moment où il entre dans la zone de freinage en fin de parcours.

On note t le temps écoulé, exprimé en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.

On modélise la distance parcourue par le chariot dans la zone de freinage, exprimée en mètre, en fonction de t, à l'aide d'une fonction notée d définie sur $[0\ ;\ +\infty[$.

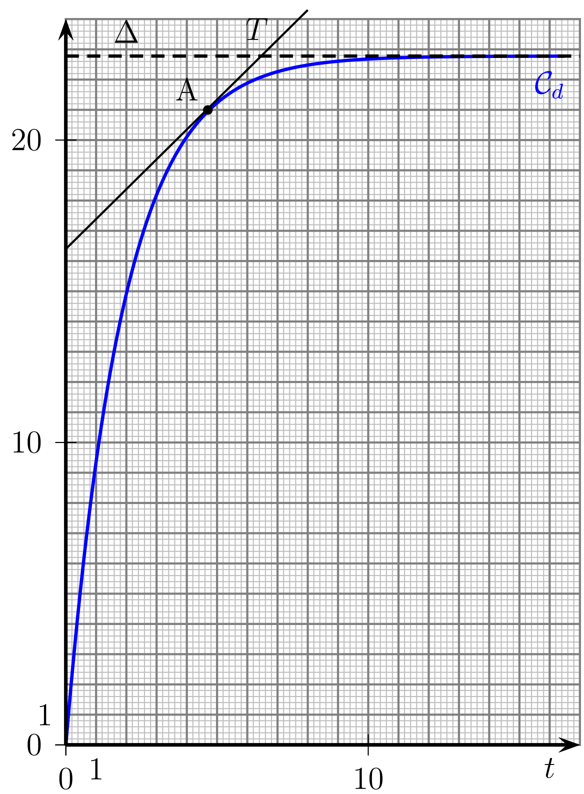
On a ainsi $d(0) = 0$.

Par ailleurs, on admet que cette fonction d est dérivable sur son ensemble de définition. On note d' sa fonction dérivée.

Partie A

Sur la figure contre, on a tracé dans un repère orthonormé :

- la courbe représentative $\mathcal{C}_d$ de la fonction d ;
- la tangente T à la courbe $\mathcal{C}_d$ au point A d'abscisse 4,7 ;
- l'asymptote Δ à $\mathcal{C}_d$ en $+\infty$.



Dans cette partie, aucune justification n'est attendue.

Avec la précision que permet le graphique, répondre aux questions ci-dessous.
D'après ce modèle :

1. Au bout de combien de temps le chariot aura-t-il parcouru 15 m dans la zone de freinage ?
2. Quelle longueur minimale doit-être prévue pour la zone de freinage ?
3. Que vaut $d'(4,7)$? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

On rappelle que t désigne le temps écoulé, en seconde, à partir du moment où le chariot arrive sur la zone de freinage.

On modélise la vitesse instantanée du chariot, en mètre par seconde (m.s^{-1}), en fonction de t, par une fonction v définie sur $[0\ ;\ +\infty[$.

On admet que :

- la fonction v est dérivable sur son ensemble de définition, et on note v' sa fonction dérivée ;
- la fonction v est une solution de l'équation différentielle

$$(E) : \quad y' + 0,6y = e^{-0,6t},$$

où y est une fonction inconnue et où y' est la fonction dérivée de y.

On précise de plus que, lors de son arrivée sur la zone de freinage, la vitesse du chariot est égale à 12 m.s^{-1}, c'est-à-dire $v(0) = 12$.

1. (a) On considère l'équation différentielle

$$(E') : \quad y' + 0,6y = 0.$$

Déterminer les solutions de l'équation différentielle (E') sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(b) Soit g la fonction définie sur $[0\ ;\ +\infty[$ par $g(t) = te^{-0,6t}$.
Vérifier que la fonction g est une solution de l'équation différentielle (E).

(c) En déduire les solutions de l'équation différentielle (E) sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(d) En déduire que pour tout réel t appartenant à l'intervalle $[0\ ;\ +\infty[$, on a :

$$v(t) = (12 + t)e^{-0,6t}.$$

2. Dans cette question, on étudie la fonction v sur $[0\ ;\ +\infty[$.

(a) Montrer que pour tout réel $t \in [0\ ;\ +\infty[$, $v'(t) = (-6,2 - 0,6t)e^{-0,6t}$.

(b) En admettant que :

$$v(t) = 12e^{-0,6t} + \frac{1}{0,6} \times \frac{0,6t}{e^{0,6t}},$$

déterminer la limite de v en $+\infty$.

(c) Étudier le sens de variation de la fonction v et dresser son tableau de variation complet. Justifier.

(d) Montrer que l'équation $v(t) = 1$ admet une solution unique α, dont on donnera une valeur approchée au dixième.

3. Lorsque la vitesse du chariot est inférieure ou égale à 1 mètre par seconde, un système mécanique se déclenche permettant son arrêt complet.
Déterminer au bout de combien de temps ce système entre en action. Justifier.

Exercice 4 (5 points)

Pour chaque affirmation, indiquer si l'affirmation est vraie ou fausse en justifiant. Une réponse sans justification ne sera pas considérée.

- On considère une suite (u_n) qui ne s'annule jamais et telle que pour tout entier naturel n :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$$

  Affirmation 1 :
  On peut affirmer que (u_n) est strictement décroissante.
- Soit (v_n) la suite définie par $v_0 = 0$ et $v_{n+1} = v_n - n^2 + 20n + 1$.
  Affirmation 2 :
  On peut montrer que (v_n) est croissante.
- Soit (w_n) la suite définie par $w_0 = 0$ et $w_{n+1} = \ln(w_n + 3)$.
  Affirmation 3 :
  La suite (w_n) converge.
- On définit sur $\mathbb{R}$ les fonctions *sinus hyperbolique* et *cosinus hyperbolique*, respectivement notées sinh et cosh, par $\sinh(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$ et $\cosh(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$.
  Affirmation 4 :
  Soit $f : x \mapsto \cosh(2x)$. Une primitive de f sur $\mathbb{R}$ est $F : x \mapsto \cosh(x)\sinh(x) + \cosh(0)$.
  Affirmation 5 :
  Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $g(x) = \cosh \circ \ln(x)$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$ on a : $g(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{1}{2x}$