

Notion d'échantillon

Exercice 1

- On lance une pièce de monnaie et on note le côté apparent. Donner un exemple d'échantillon de taille 12.
- On pioche un jeton dans un sac contenant des jetons rouges et des jetons verts. Donner un exemple d'échantillon de taille 10.

Exercice 2

L'étiquetage d'un sac de 100kg de café précise qu'il contient 30% de robusta et 70% d'arabica. On prélève dans ce sac une poignée de 153 grains de café et on obtient 45 grains de robusta.

- Expliquer pourquoi on peut considérer ces tirages comme une expérience aléatoire répétée 153 fois de manière indépendante.
- Quelle est la taille de l'échantillon étudié ?
- Quelle est la probabilité théorique de choisir un grain de robusta ?
- Quelle est la fréquence de grains de robusta dans l'échantillon ? indépendante.

Fluctuations et loi des grands nombres

Exercice 3

Dans un grand lycée, 55% des élèves sont des filles. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à tirer au hasard la fiche d'un élève du lycée et à noter si c'est une fille. On utilise la fonction écrite en langage Python pour simuler un échantillon.

```
import random

def echantillon():
    compteur = 0
    for k in range(45):
        x = random.random()
        if x <= 0.55:
            compteur = compteur + 1
    return compteur
```

- Expliquer pourquoi cette fonction permet de simuler un tel échantillon et donner la taille de cet échantillon.
- Que représente la variable `compteur` renvoyée en sortie ?
- Exécuter ce programme et calculer la fréquence des filles dans l'échantillon simulé.
- Cette fréquence doit-elle forcément être égale à 0,55 ?

Exercice 4

Dans un jeu d'argent à gratter, la probabilité de gagner plus que sa mise est de 8%.

- Ecrire une fonction en langage Python qui simule un échantillon de taille 60 et qui renvoie le nombre de gains supérieurs à la mise.

- Exécuter ce programme 5 fois et, dans chaque cas, déterminer la fréquence des gains supérieurs à la mise.
- Les fréquences observées sont-elles toujours égales à 8% ?

Exercice 5

Un Youtuber constate que dans 34% des cas, sa vidéo est visionnée en entier. Il souhaite simuler un échantillon de taille 200 et, pour cela, il écrit la fonction suivante :

```
import random

def echantillon():
    compteur = .....
    for k in ....:
        x = .....
        if ....:
            .....
    return .....
```

- Compléter cette fonction pour qu'elle renvoie la fréquence de vidéos visionnées en entier dans un échantillon de taille 200.
- Exécuter 10 fois cette fonction. Que constate-t-on ?

Exercice 6

Selon une enquête réalisée par l'association lesgauchers.com, 13% des Français sont gauchers.

- Ecrire une fonction `echantillon` en langage Python qui a pour argument une variable `n` et renvoie la fréquence de gauchers dans un échantillon de taille `n`.
- (a) Exécuter cette fonction 10 fois pour un échantillon de taille 200 et noter la fréquence f à chaque fois.
(b) Déterminer la proportion des cas où l'écart entre f et la probabilité théorique $p = 13\%$ est inférieure à $\frac{1}{\sqrt{200}}$.
- On a interrogé 200 élèves d'un lycée et il ressort que 48 d'entre eux sont gauchers. Cet échantillon est-il représentatif de la population française ?
- Quel est le rôle de la fonction `repete` ci-dessous ?

```
import math

def repete(N):
    compteur = 0
    for k in range(N):
        f = echantillon(200)
        if abs(f-0.13) <= 1/math.sqrt(200):
            compteur = compteur + 1
    return compteur/N
```

- Exécuter la fonction précédente pour $N = 10000$. Que constate-t-on ?

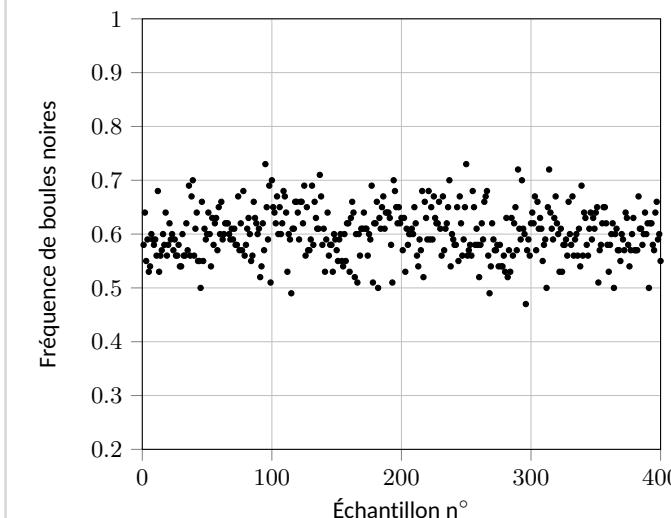
Estimation d'une proportion

Exercice 7

Dans un supermarché, à la fin d'une opération commerciale, une urne contient 2573 bulletins de participation dont 1421 ont été complétés par des femmes. Estimer la proportion, en pourcentage, de femmes dans la clientèle de ce supermarché. Arrondir au dixième.

Exercice 8

Une urne contient 8 boules. Les boules sont blanches ou noires. On considère l'expérience aléatoire qui consiste à tirer une boule de l'urne, noter sa couleur et la remettre dans l'urne. On réalise 400 fois 100 tirages au sort, de sorte qu'on obtient 400 échantillons de taille 100. Le graphique ci-dessous donne la fréquence de boules noires obtenues dans chacun de ces échantillons :



- Estimer la proportion de boules noires dans l'urne.
- En déduire le nombre de boules noires dans cet urne.