A. La suite de Syracuse

Parmi tous les problèmes mathématiques non résolus, le problème de la suite de Syracuse est peut-être le plus élémentaire. On définit une transformation sur un entier naturel n supérieur ou égal à 2 de la façon suivante :

- si n est pair alors on le divise par 2
- si n est impair, on le multiplie par 3 et on ajoute 1

1. Compléter la fonction suivante pour que la fonction `syrac` renvoie le nombre obtenu après transformation.

```
def syrac(n):
    if n%2 == .... :
        n = n // 2
    else:
        n = ......
    return n
```

2. Partant d'un entier naturel n, on effectue cette transformation de manière répétée jusqu'à ... voyons cela sur des exemples.
   (a) Pour $n = 10$, compléter le tableau suivant en vous aidant éventuellement de la fonction `syrac` :

Etape n°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
n	10									

   (b) Que remarquez-vous ?
3. On dit que pour $n = 10$, le vol, avant d'atterir à 1, a pour longueur 6 (c'est le nombre d'étapes) et pour hauteur 16 (c'est le maximum obtenu).
   (a) Déterminer la longueur et la hauteur de vols des nombres $n = 13$ et $n = 24$.
   (b) Compléter la fonction `long_vol` du programme 1 ci-dessous pour qu'elle renvoie la longueur du vol d'un entier `n`. Vérifier ensuite les résultats de la question précédente en exécutant le programme.
   (c) Parmi tous les nombres entiers compris entre 1 et 100, lequel a la plus grande longueur de vol ?
4. Compléter le programme 2 suivant pour que la fonction `haut_vol` renvoie la hauteur de vol.

Programme 1

```
def long_vol(n):
    long = 0
    while n != 1:
        n = syrac(n)
        long = ....
    return long
```

Programme 2

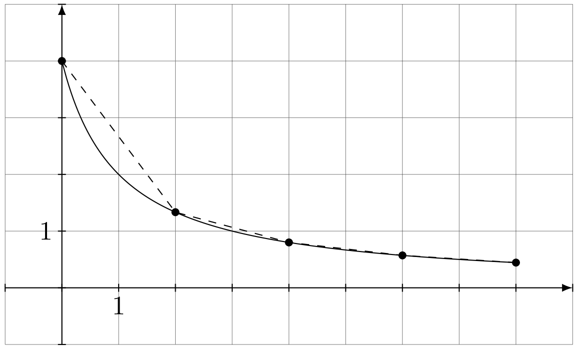
```
def haut_vol(n):
    haut = n
    while ....... :
        n = syrac(n)
        if n > haut :
            haut = ....
    return haut
```

5. Quelle est la hauteur de vol maximale pour un nombre compris entre 1 et 100 ?

Algorithmique (3ème partie)— TP

B. Calculer la longueur d'un toboggan

On veut calculer la longueur d'un toboggan d'un parc aquatique. Le profil du toboggan est modélisé par la courbe $\mathcal{C}$ représentant la fonction f définie sur $[0; 8]$ par $f(x) = \dfrac{4}{x+1}$.
L'unité est le mètre. Pour obtenir une bonne approximation de la longueur du toboggan, on a représenté en pointillés la ligne brisée passant par les points de la courbe d'abscisses 0, 2, 4, 6 et 8.



On a écrit les fonctions suivantes :

```
import math

def f(x):
    return 4/(x+1)

def distance(x1,x2,y1,y2):
    return math.sqrt((x2-x1)**2 + (y2 - y1)**2)
```

1. Que représente sur le graphique l'affichage de `distance(0,2,f(0),f(2))` ?
2. A l'aide de la fonction distance, calculer la longueur de la ligne brisée en pointillés.
3. Compléter la fonction suivante pour qu'elle calcule la longueur de la ligne brisée en reliant les $n+1$ points de la courbe qui ont pour abscisses respectives 0, $8/n$, $2 \times 8/n$, $3 \times 8/n$, ... et 8.

```
def longueurCourbe(f,n):
    longueur = 0
    h = 8/n
    for i in range(...., .....):
        longueur = ........
    return longueur
```

4. En déduire une valeur approchée à 10^{-2} près de la longueur du toboggan.