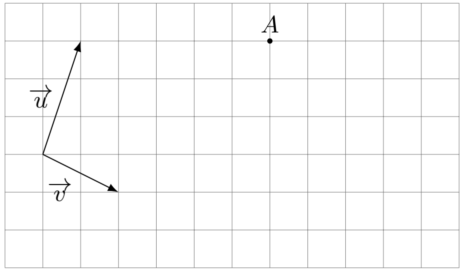
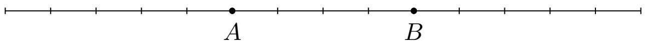
Produit d'un vecteur par un réel

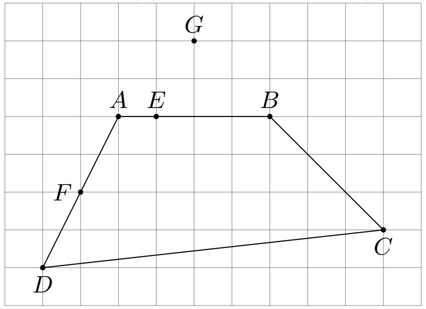
Exercice 1
Construire ci-dessous le vecteur $-\overrightarrow{u}+2\overrightarrow{v}$ en prenant pour origine le point A :



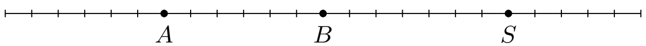
Exercice 2
Sur la droite (AB) ci-dessous, placer les points C, D, E et F tels que :
1. $\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}$ 2. $\overrightarrow{AD}=\dfrac{-1}{2}\overrightarrow{AB}$ 3. $\overrightarrow{AE}=-\overrightarrow{AB}$
4. $\overrightarrow{AF}=\dfrac{5}{4}\overrightarrow{AB}$



Exercice 3
1. Reproduire la figure suivante et placer les points H, I et J tels que :
   (a) $\overrightarrow{BI}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ (b) $\overrightarrow{AH}=\dfrac{5}{4}\overrightarrow{AB}$ (c) $\overrightarrow{DJ}=\dfrac{5}{9}\overrightarrow{DC}$
2. Recopier et compléter :
   (a) $\overrightarrow{AE}=.....\overrightarrow{AB}$ (b) $\overrightarrow{DF}=.....\overrightarrow{DA}$ (c) $\overrightarrow{BG}=.....\overrightarrow{BC}$



Exercice 4
1. Sur la droite graduée ci-dessous, placer les points C, D, E et F tels que :
   (a) $\overrightarrow{AC}=\dfrac{-2}{3}\overrightarrow{AB}$ (b) $\overrightarrow{DB}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{BA}$ (c) $\overrightarrow{EA}=\dfrac{-11}{6}\overrightarrow{AB}$
   (d) $\overrightarrow{FA}=-\overrightarrow{FB}$
2. Compléter : $\overrightarrow{AS}=......\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}=......\overrightarrow{BS}$.



Exercice 5
Dans un repère, on donne les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}21\\-54\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-13\\11\end{pmatrix}$.
Calculer les coordonnées des vecteurs suivants :
1. $2\overrightarrow{u}$ 2. $-3\overrightarrow{v}$ 3. $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ 4. $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{u}-\dfrac{1}{4}\overrightarrow{v}$

Exercice 6
Dans un repère $(O;I;J)$, on considère les points $A(-1;2)$ et $B(3;4)$ ainsi que le vecteur $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-1\\2\end{pmatrix}$.

1. Placer le point M tel que $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}-2\overrightarrow{u}$.
2. Calculer les coordonnées du point M.
3. Quelle est la nature du triangle BOM ? Justifier.

Colinéarité de vecteurs

Exercice 7
On se place dans un repère $(O;I;J)$. Dans chaque cas, dire si les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires. Le cas échéant, déterminer le réel k tel que $\overrightarrow{u}=k\overrightarrow{v}$.

1. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-2\\4\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}1\\-2\end{pmatrix}$
2. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{5}\\\frac{2}{3}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}9\\\frac{10}{3}\end{pmatrix}$
3. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\frac{1}{3}\\\frac{3}{4}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}4\\9\end{pmatrix}$
4. $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}-\sqrt{5}\\3\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}-5\\3\sqrt{5}\end{pmatrix}$

Exercice 8
1. Compléter l'algorithme suivant écrit en langage Python qui permet de dire si deux vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires. Cette fonction renvoie une valeur de type booléen qui est égale à `True` si les vecteurs sont colinéaires et à `False` sinon.

```
def colineaires(xu, yu, xv, yv):
    det = ....
    if det ....
        return True
    else:
        return ....
```

2. Comment pourrait-on écrire cette fonction de manière plus concise ? (en deux lignes de programme).
3. Montrer que les vecteurs $\overrightarrow{u}\begin{pmatrix}\frac{4}{3}\\\frac{3}{7}\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{v}\begin{pmatrix}4\\\frac{9}{7}\end{pmatrix}$ sont colinéaires.
4. (a) Qu'obtient-on lorsqu'on saisit l'instruction `colineaires(4/3,3/7,4,9/7)` ?
   (b) Comment peut-on expliquer cela ?

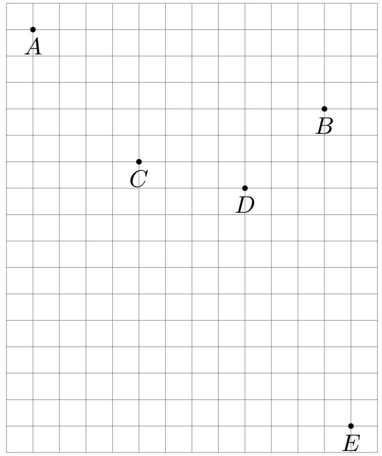
Applications de la colinéarité

Exercice 9
Dans chaque cas, dire si les points A, B et C sont alignés :

1. $A(1;-2)$, $B(3;4)$ et $C(-1;-8)$
2. $A(-3;3/2)$, $B(0;-1)$ et $C(2;-5/2)$

Exercice 10
Dans un repère orthonormé $(O;I;J)$, on considère les points $A(1;4)$, $B(-2;-1)$, $C(4;1)$ et $D(2;-2)$. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 11
Les points A, C et E sont-ils alignés ? Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?



Exercice 12
$ABCD$ est un rectangle. Les points E et H sont tels que $\overrightarrow{AE}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CH}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{CD}$.

1. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{BE}$ en passant par A puis exprimer $\overrightarrow{BE}$ sous la forme $\overrightarrow{BE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AD}$.
2. Décomposer le vecteur $\overrightarrow{HB}$ en passant par C puis exprimer $\overrightarrow{HB}$ sous la forme $\overrightarrow{HB}=x'\overrightarrow{AB}+y'\overrightarrow{AD}$.
3. Démontrer que les points E, H et B sont alignés.

Exercice 13

Recopier et compléter l'algorithme suivant de façon à ce que la fonction `alignement` renvoie la chaîne de caractère « Les points sont alignés. » si trois points A, B et C sont alignés et qu'elle renvoie « Les points ne sont pas alignés. » sinon. Cette fonction utilisera la fonction `colineaires` vue dans un exercice précédent.

```
def alignement(xA,yA,xB,yB,xC,yC):
    reponse = colineaires(.....................)
    if reponse ................ :
        return ................
    else:
        return ................
```

Problèmes

Exercice 14

Dans un repère orthonormé $(O;I;J)$, on considère les points $A(-2;-3)$, $B(-6;5)$ et $C(2;1)$.

1. (a) Placer les points D, E et F tels que $\overrightarrow{BD} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BE} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB}$.
   (b) Que peut-on dire des droites (CF) et (AB) ? Justifier la réponse.
   (c) Donner les coordonnées des points D, E et F sans justifier.
2. (a) Montrer que les droites (DE) et (AC) sont parallèles.
   (b) Montrer que les points D, E et F sont alignés.

Exercice 15

ABC est un triangle. Les points N et P sont tels que :
$\overrightarrow{AN} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AP} = \frac{-1}{2}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

1. Faire une figure et placer les points N et P.
2. En utilisant la relation de Chasles, exprimer $\overrightarrow{AN}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et de $\overrightarrow{AC}$.
3. En déduire qu'il existe un réel k tel que $\overrightarrow{AP} = k\overrightarrow{AN}$.
4. Que peut-on alors conclure ?