

Inéquations produit

Exercice 1  
On donne le tableau de signes suivant :

$x$	$-\infty$	$\cdots$	$3$	$+\infty$
$-3 + 2x$		$0$		
$x \cdots$			$0$	
$(\cdots)(\cdots)$				

- 1. Recopier et compléter ce tableau.
- 2. Donner une inéquation que ce tableau permet de résoudre.

Exercice 2  
Résoudre les inéquations suivantes :

- 1.  $(x - 2)(5 - x) \geq 0$
- 2.  $(1 - 3x)(4x + 3) < 0$

Exercice 3  
Résoudre les inéquations suivantes :

- 1.  $x^2 - 9 \geq 0$
- 2.  $2x^2 + 3x < 0$
- 3.  $(x - 3)(5 + 2x) - (x - 3)(x - 6) \leq 0$
- 4.  $(2x + 4)^2 + (2x + 4)(3x + 4) < 0$
- 5.  $25x^2 - 10x + 1 > 0$

Exercice 4  
Soit  $f$  et  $g$  les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$  et  $g(x) = 4x - 3$ .

- 1. Tracer les courbes d'équation  $y = f(x)$  et  $y = g(x)$  sur une calculatrice ou un logiciel et en déduire graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) > g(x)$ .
- 2. On souhaite résoudre cette inéquation de manière exacte.
  - (a) Montrer que  $f(x) - g(x) = (x - 1)(x - 3)$
  - (b) En déduire le tableau de signes de  $f(x) - g(x)$ .
  - (c) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation  $f(x) > g(x)$ .

Inéquations quotient

Exercice 5  
Recopier et compléter le tableau suivant :

$x$	$-\infty$	$\cdots$	$3$	$+\infty$
$x + 2$		$0$		
$x - 3$			$0$	
$\frac{x + 2}{x - 3}$				

Exercice 6  
Résoudre les inéquations suivantes, sans oublier de préciser la ou les valeur(s) interdite(s) :

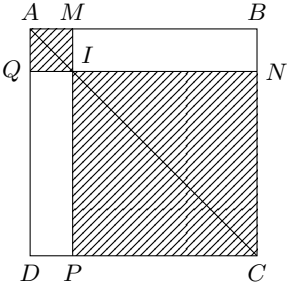
- 1.  $\frac{3x - 1}{5x + 2} < 0$
- 2.  $\frac{-3}{4 - 2x} \geq 0$

Exercice 7  
Résoudre les inéquations suivantes :

- 1.  $\frac{x + 3}{x} < 2$
- 2.  $\frac{2x + 1}{x + 5} \geq \frac{-3x - 1}{x + 5}$

Problèmes

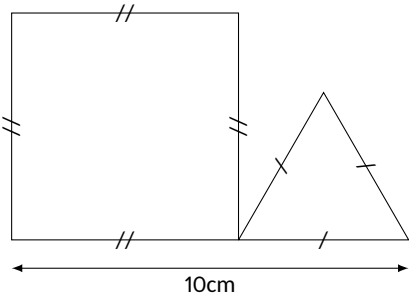
Exercice 8  
 $ABCD$  est un carré de côté 10cm.  $M$  est un point de  $[AB]$ . La parallèle à  $(AD)$  passant par  $M$  coupe  $[AC]$  en  $I$  et  $[CD]$  en  $P$ . La parallèle à  $(AB)$  en  $I$  coupe  $[BC]$  en  $N$  et  $[AD]$  en  $Q$ .



On souhaite déterminer la position du point  $M$  sur  $[AB]$  pour que l'aire de la surface grisée soit inférieure ou égale à  $58\text{cm}^2$ . On pose  $x = AM$ .

- 1. A quel intervalle appartient la variable  $x$  ?
- 2. Quelle est la nature des quadrilatères  $AMIQ$  et  $INCP$  ?
- 3. (a) Montrer que le problème se ramène à résoudre l'inéquation  $2x^2 - 20x + 42 \leq 0$ .  
(b) Montrer que  $2x^2 - 20x + 42 = 2(x - 7)(x - 3)$   
(c) Résoudre l'inéquation et répondre au problème.

Exercice 9  
Dans la figure ci-dessous, on cherche les dimensions du carré et du triangle équilatéral pour que le périmètre du triangle soit supérieur ou égal à celui du carré.



Bruno annonce : « Je dois résoudre l'inéquation  $4x \leq 3(10 - x)$  ». Marie réplique : « Pas du tout, il faut résoudre l'inéquation  $3x \geq 4(10 - x)$  ». Le professeur répond : « Vous avez tous les deux raisons mais vos inéquations sont à préciser. » Expliquer la remarque du professeur puis résoudre le problème.

Exercice 10  
Un cycliste part d'une ville A à la vitesse de 30km/h pour rejoindre une ville B, puis il revient vers la ville A à la vitesse de  $x$  km/h. La distance entre les deux villes est de 100km.

- 1. Quelle est la vitesse moyenne sur le trajet aller-retour si la vitesse du retour est de 40km/h ?
- 2. Montrer que la vitesse moyenne sur le trajet total est  $V(x) = \frac{60x}{x + 30}$ .

On donne le programme suivant :

```
x = 0
while 60*x/(x+30) < 40:
    x = x + 1
```

- 3. Quelle valeur contiendra la variable  $x$  à la fin de cet algorithme ?
- 4. Pour quelles valeurs de  $x$  la vitesse moyenne sera-t-elle supérieure ou égale à 40km/h ?
- 5. La vitesse moyenne peut-elle dépasser 60km/h ?