

Inéquations produit

Exercice 1

On donne le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$...	3	$+\infty$
$-3 + 2x$		0		
$x \dots$			0	
$(\dots)(\dots)$				

1. Recopier et compléter ce tableau.
2. Donner une inéquation que ce tableau permet de résoudre.

Exercice 2

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $(x - 2)(5 - x) \geq 0$
2. $(1 - 3x)(4x + 3) < 0$

Exercice 3

Résoudre les inéquations suivantes :

1. $x^2 - 9 \geq 0$
2. $2x^2 + 3x < 0$
3. $(x - 3)(5 + 2x) - (x - 3)(x - 6) \leq 0$
4. $(2x + 4)^2 + (2x + 4)(3x + 4) < 0$
5. $25x^2 - 10x + 1 > 0$

Exercice 4

Soit f et g les fonctions définies sur \mathbb{R} par $f(x) = x^2$ et $g(x) = 4x - 3$.

1. Tracer les courbes d'équation $y = f(x)$ et $y = g(x)$ sur une calculatrice ou un logiciel et en déduire graphiquement l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$.
2. On souhaite résoudre cette inéquation de manière exacte.
 - (a) Montrer que $f(x) - g(x) = (x - 1)(x - 3)$
 - (b) En déduire le tableau de signes de $f(x) - g(x)$.
 - (c) En déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) > g(x)$.

Inéquations quotient

Exercice 5

Recopier et compléter le tableau suivant :

x	$-\infty$...	3	$+\infty$
$x + 2$		0		
$x - 3$			0	
$\frac{x + 2}{x - 3}$				

Exercice 6

Résoudre les inéquations suivantes, sans oublier de préciser la ou les valeur(s) interdite(s) :

1. $\frac{3x - 1}{5x + 2} < 0$
2. $\frac{-3}{4 - 2x} \geq 0$

Exercice 7

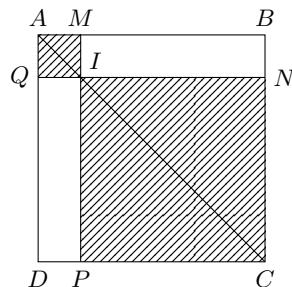
Résoudre les inéquations suivantes :

1. $\frac{x + 3}{x} < 2$
2. $\frac{2x + 1}{x + 5} \geq \frac{-3x - 1}{x + 5}$

Problèmes

Exercice 8

$ABCD$ est un carré de côté 10cm. M est un point de $[AB]$. La parallèle à (AD) passant par M coupe $[AC]$ en I et $[CD]$ en P . La parallèle à (AB) en I coupe $[BC]$ en N et $[AD]$ en Q .



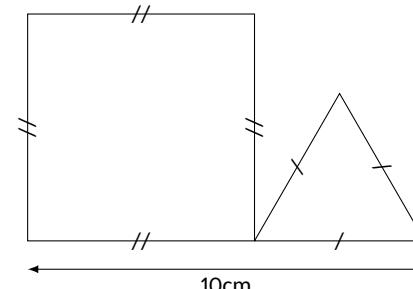
On souhaite déterminer la position du point M sur $[AB]$ pour que l'aire de la surface grisée soit inférieure ou égale à 58cm^2 .

On pose $x = AM$.

1. A quel intervalle appartient la variable x ?
2. Quelle est la nature des quadrilatères $AMIQ$ et $INCP$?
3. (a) Montrer que le problème se ramène à résoudre l'inéquation $2x^2 - 20x + 42 \leq 0$.
- (b) Montrer que $2x^2 - 20x + 42 = 2(x - 7)(x - 3)$
- (c) Résoudre l'inéquation et répondre au problème.

Exercice 9

Dans la figure ci-dessous, on cherche les dimensions du carré et du triangle équilatéral pour que le périmètre du triangle soit supérieur ou égal à celui du carré.



Bruno annonce : « Je dois résoudre l'inéquation $4x \leq 3(10 - x)$ ».

Marie réplique : « Pas du tout, il faut résoudre l'inéquation $3x \geq 4(10 - x)$ ». Le professeur répond : « Vous avez tous les deux raisons mais vos inéquations sont à préciser. »

Expliquer la remarque du professeur puis résoudre le problème.

Exercice 10

Un cycliste part d'une ville A à la vitesse de 30km/h pour rejoindre une ville B, puis il revient vers la ville A à la vitesse de x km/h. La distance entre les deux villes est de 100km.

1. Quelle est la vitesse moyenne sur le trajet aller-retour si la vitesse du retour est de 40km/h ?
2. Montrer que la vitesse moyenne sur le trajet total est $V(x) = \frac{60x}{x + 30}$.

On donne le programme suivant :

```
x = 0
while 60*x/(x+30) < 40:
    x = x + 1
```

3. Quelle valeur contiendra la variable x à la fin de cet algorithme ?
4. Pour quelles valeurs de x la vitesse moyenne sera-t-elle supérieure ou égale à 40km/h ?
5. La vitesse moyenne peut-elle dépasser 60km/h ?