

Inéquations (2ème partie)

I

Inéquations « produit »

Exemple I.1 — Résoudre l'inéquation $(x - 1)(2 - x) > 0$.

Exemple I.2 — Résoudre l'inéquation $(I) : 16(x - 1)^2 - 4 \leqslant 0$.

II

Inéquations « quotient »

Exemple II.1 — Résoudre l'inéquation $\frac{x+4}{x-2} \geqslant 0$.

Exemple II.2 — Résoudre l'inéquation $\frac{3}{x+4} \geqslant 5$.

Solutions

Exemple I.1

On commence par dresser le tableau de signes de l'expression $(x - 1)(2 - x)$:

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
$x - 1$	-	0	+	
$2 - x$		+	0	-
$\frac{(x - 1)(2 - x)}{x + 4}$	-	0	+	-

$$S =]1; 2[$$

Exemple I.2

Pour résoudre cette inéquation, il faut dresser le tableau de signes de l'expression $16(x - 1)^2 - 4$. Pour cela, il faut factoriser cette expression.

$$\begin{aligned} 16(x - 1)^2 - 4 \leqslant 0 &\iff [4(x - 1)]^2 - 2^2 \leqslant 0 \\ &\iff [4(x - 1) + 2][4(x - 1) - 2] \leqslant 0 \\ &\iff [4x - 4 + 2][4x - 4 - 2] \leqslant 0 \\ &\iff [4x - 2][4x - 6] \leqslant 0 \end{aligned}$$

On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	2/4	6/4	$+\infty$
$4x - 2$	-	0	+	
$4x - 6$		-	0	+
$\frac{(4x - 2)(4x - 6)}{x + 4}$	+	0	-	0

On en déduit que l'ensemble des solutions est $S = [2/4; 6/4]$ c'est-à-dire $[1/2; 3/2]$.

Exemple II.1

On commence par chercher les valeurs interdites :

$$x - 2 = 0 \iff x = 2$$

La valeur interdite est $x = 2$.

On dresse ensuite le tableau de signes de l'expression $\frac{x + 4}{x - 2}$:

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$x + 4$	-	0	+	
$x - 2$		-	0	+
$\frac{x + 4}{x - 2}$	+	0	-	+

$$\text{L'ensemble des solutions est } S =]-\infty, -4] \cup]2; +\infty[.$$

Exemple II.2

Recherche de la valeur interdite :

$$x + 4 = 0 \iff x = -4$$

La valeur interdite est -4 .

Pour résoudre cette inéquation, il faut tout faire passer d'un côté et mettre au même dénominateur :

$$\begin{aligned} \frac{3}{x + 4} \geqslant 5 &\iff \frac{3}{x + 4} - 5 \geqslant 0 \\ &\iff \frac{3}{x + 4} - \frac{5(x + 4)}{x + 4} \geqslant 0 \\ &\iff \frac{3 - 5(x + 4)}{x + 4} \geqslant 0 \\ &\iff \frac{3 - 5x - 20}{x + 4} \leqslant 0 \\ &\iff \frac{-5x - 17}{x + 4} \leqslant 0 \end{aligned}$$

On construit ensuite le tableau de signes de l'expression $\frac{-17 - 5x}{x + 4}$:

x	$-\infty$	-4	-17/5	$+\infty$
$-5x - 17$		+	0	-
$x + 4$	-	0	+	
$\frac{-17 - 5x}{x + 4}$	-	+	0	-

$$\text{L'ensemble des solutions est } S =]-4; -17/5[.$$

Inéquations (2ème partie) ---

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir établir le tableau de signes d'un produit.
- Savoir résoudre une inéquation produit à partir d'un tableau de signes.
- Savoir établir le tableau de signes d'un quotient.
- Savoir résoudre une inéquation quotient à partir d'un tableau de signes.

Inéquations (2ème partie) ---

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir établir le tableau de signes d'un produit.
- Savoir résoudre une inéquation produit à partir d'un tableau de signes.
- Savoir établir le tableau de signes d'un quotient.
- Savoir résoudre une inéquation quotient à partir d'un tableau de signes.

Inéquations (2ème partie) ---

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir établir le tableau de signes d'un produit.
- Savoir résoudre une inéquation produit à partir d'un tableau de signes.
- Savoir établir le tableau de signes d'un quotient.
- Savoir résoudre une inéquation quotient à partir d'un tableau de signes.