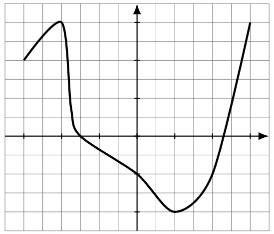
Fonction croissante ou décroissante

Exercice 1

Soit f la fonction définie par le graphe suivant :



1. Quel est l'ensemble de définition de f ?
2. Dresser le tableau de variations de f.
3. Quel est le maximum de f ? En quel(s) valeur(s) est-il atteint ?
4. Peut-affirmer que pour tout $x \in [-3; 3]$, $f(x) \geqslant -2,5$? Justifier.

Exercice 2

Associer à chaque tableau de variations la courbe corresponsante :

1.

x	-4		-2		1		2
f	-1	↘	-3	↗	2	↘	1

2.

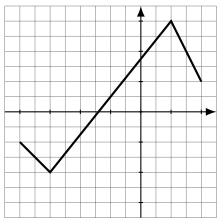
x	-4		-3		1		2
f	-1	↘	-2	↗	3	↘	1

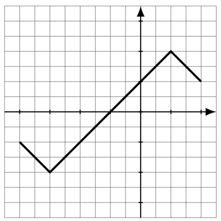
3.

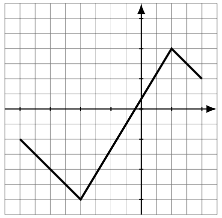
x	-4		-3		1		2
f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

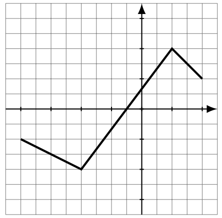
4.

x	-4		-2		1		2
f	-1	↘	-2	↗	2	↘	1

a) 

b) 

c) 

d) 

Exercice 3

Soit f une fonction telle que :

- f est définie sur $[-6; 4]$
- l'image de -6 par f est 1 et $f(4) = 5$
- f est croissante sur $[-6; -2]$ et sur $[1; 4]$; f est décroissante sur $[-2; 1]$
- le maximum de f est 6 ; le minimum de f est -1

1. Dresser le tableau de variations de f sur $[-6; 4]$ puis constuire une courbe représentative possible de f.
2. Quel est le nombre d'antécédents par f de 0 ? de 2 ? de -2 ?

Exercice 4

Soit f une fonction vérifiant :

- f est définie sur $[-10; 10]$
- f est croissante sur $[-2; 1]$ et sur $[5; 10]$; f est décroissante sur $[-10; -2]$ et sur $[1; 5]$
- les antécédents par f de 0 sont -2, 2 et 10
- le minimum de f est -2 ; le maximum de f est 5
- $f(1) = 4$
- la courbe de f coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 2

1. Dresser le tableau de variations de f.
2. Construire une courbe possible pour f.
3. Peut-on affirmer que f est positive sur $[-10; -2]$? Justifier.

Exercice 5

On donne le tableau de variatinos d'une fonction f :

x	-6		-1		4		6
f	10	↘	-1	↗	0	↘	-4

1. Sur quel intervalle varie $f(x)$ si x varie de 4 à 6 ?
2. Comparer les nombres suivants (si cela est possible) en justifiant :
   (a) $f(1)$ et $f(2)$
   (b) $f(-4)$ et $f(-4,5)$
   (c) $f(3)$ et $f(5)$
3. On sait de plus que $f(-5) = 0$. Déterminer tous les nombres dont l'image est strictement positive.

Exercice 6

On donne le tableau de variations d'une fonction f :

x	-5		-2		0		3
f	-1	↗	4	↘	0	↗	3

A l'aide du tableau de variations, indiquer si les égalités ou inégalités sont vraies, fausses ou si le tableau ne permet pas de conclure. Justifier.

1. $f(-1) = 0$
2. $f(-4) > f(-2)$
3. $f(1) > f(2)$
4. $f(1) = -2$
5. $1 < f(-3)$
6. $f(-5) < f(2)$

Exercice 7

Soit f la fonction définie sur $[-1; 4,5]$ par $f(x) = x^2 - 4x + 1$.

1. A l'aide de la calculatrice, recopier et compléter le tableau suivant :

x	-1	-0,5	0	1	2	3	4	5
$f(x)$								

2. Afficher le graphe de cette fonction sur votre calculatrice (on se placera sur l'intervalle $[1; 4,5]$). Que peut-on conjecturer pour la valeur du minimum de f sur $[-1; 4,5]$?
3. (a) Calculer $f(2)$.
   (b) Montrer que $f(x) - (-3) = (x-2)^2$ et en déduire que pour tout $x \in [-1; 4,5]$, $f(x) \geqslant -3$.
   (c) En déduire le minimum de f sur $[-1; 4,5]$ et en quelle valeur il est atteint.

Variations d'une fonction affine

Exercice 8

Déterminer le sens de variations de chacune des fonctions affines suivantes :

1. $f(x) = -2x$ 2. $f(x) = 11x - 1000$ 3. $f(x) = 7 - 9x$
4. $f(x) = 5x - 7(x+5)$ 5. $f(x) = 3(2x+5) + 2(4-3x)$

Exercice 9

Dans chaque cas, déterminer le coefficient directeur de la fonction f puis donner son sens de variations :

1. f est affine, $f(4) = 10$ et $f(8) = 5$
2. f est affine, $f(-50) = 1$ et $f(-40) = 0,5$
3. f est linéaire et $f(3) = 5$
4. f est linéaire et $f(-1) = -2$

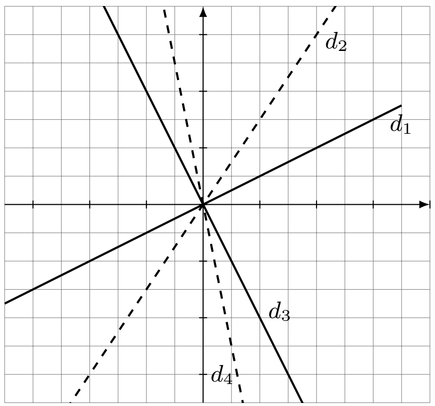
Exercice 10
Déterminer l'expression de la fonction affine dont la représentation graphique dans un repère passe par les points $A(-3; 4)$ et $B(6; -2)$.

Exercice 11
On donne le programme suivant :

```
xA = float(input("abscisse de A"))
yA = float(input("ordonnée de A"))
xB = float(input("abscisse de B"))
yB = float(input("ordonnée de B"))
pente = ...
print(pente)
```

1. Compléter le programme de telle sorte qu'il affiche le coefficient directeur de la fonction affine dont la représentation graphique passe par les points A et B.
2. Que se passe-t-il si on saisit les valeurs `xA = 1, xB = 1, yA = 3, yB =-4` ?
3. Modifier le programme de façon à éviter le problème rencontré à la question précédente.

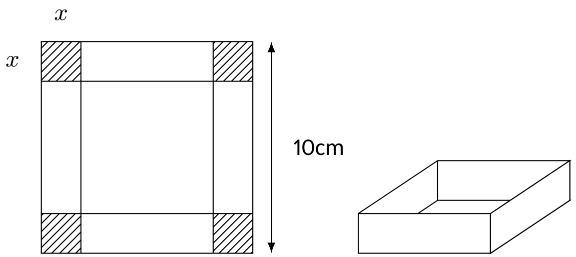
Exercice 12
Associer à chaque fonction sa courbe :



1. $f : x \mapsto 1,5x$
2. $g : x \mapsto -2x$
3. $h : x \mapsto 0,5x$
4. $k : x \mapsto -5x$

Problème

Exercice 13
On dispose d'une plaque de métal de 10cm de côté. Pour fabriquer une boite sans couvervle, on enlève à chaque voin un carré de côté x cm et on relève les bords par pliage. La boite obtenue est un pavé droit.



On souhaite déterminer les dimensions de la boite de volume maximal.

1. Calculer le volume de la boite si $x = 2$.
2. Quelles sont les valeurs possibles pour la variable x ?
3. On note V la fonction qui à x associe le volume de la boite en cm^3.
   (a) Montrer que $V(x) = 100x - 40x^2 + 4x^3$
   (b) Retrouver le résultat de la question 1. à l'aide de la fonction V.
   (c) Calculer l'image de 3 puis l'image de $\frac{5}{3}$ (donner la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près).
   (d) A l'aide d'une calculatrice ou d'un logiciel, déterminer graphiquement pour quelle(s) valeur(s) de x le volume de la boite est maximal. Quel est ce volume maximal ?