

# I Sens de variations d'une fonction

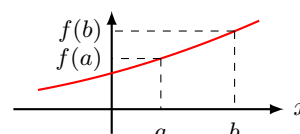
## 1. Fonction croissante

Une fonction qui ne cesse d'augmenter sur un intervalle sera dite croissante.

### Définition 1.1

On dit qu'une fonction  $f$  est **croissante** sur un intervalle  $I$  lorsque :

$$\text{si } a \leq b \text{ alors } f(a) \leq f(b)$$



**Remarque** — Autrement dit, si une fonction est croissante alors, lorsque deux antécédents sont dans un certain ordre, leurs images sont dans le même ordre.

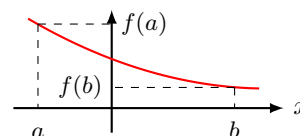
## 2. Fonction décroissante

Une fonction qui ne cesse de diminuer sur un intervalle sera dite décroissante.

### Définition 1.2

On dit qu'une fonction  $f$  est **décroissante** sur un intervalle  $I$  lorsque :

$$\text{si } a \leq b \text{ alors } f(a) \geq f(b)$$



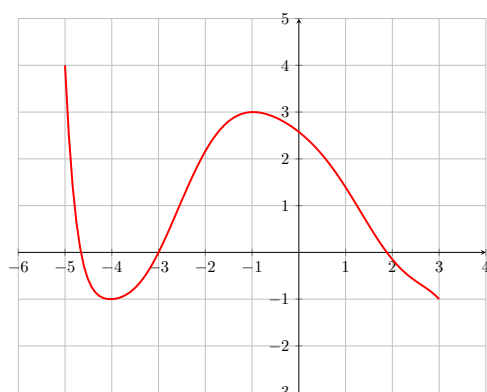
**Remarque** — Autrement dit, si une fonction est décroissante alors, lorsque deux antécédents sont dans un certain ordre, leurs images sont dans l'ordre inverse.

## 3. Tableau de variations

Pour résumer les variations d'une fonction, on les représente à l'aide d'un tableau de variations :

### Exemple 1.1 —

Fonction  $f$  définie sur  $[-5; 3]$  par son graphe



Sens de variations de  $f$

La fonction  $f$  est :

- décroissante sur  $[-5; -4]$
- croissante sur  $[-4; -1]$
- décroissante sur  $[-1; 3]$

Tableau de variations de  $f$

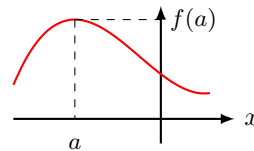
$x$	-5	-4	-1	3
$f$	4	-1	3	-1

## II

## Extrema d'une fonction

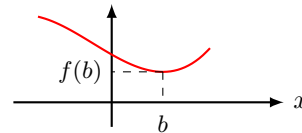
### Définition II.1

On dit que  $f(a)$  est le **maximum** de la fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  si, pour tout  $x$  dans l'intervalle  $I$ ,  $f(x) \leq f(a)$ .  
On dit alors que le maximum est atteint en  $x = a$ .



### Définition II.2

On dit que  $f(b)$  est le **minimum** de la fonction  $f$  sur un intervalle  $I$  si, pour tout  $x$  dans l'intervalle  $I$ ,  $f(x) \geq f(b)$ .  
On dit alors que le minimum est atteint en  $x = b$ .



**Exemple II.1** — On donne ci-dessous le tableau de variations d'une fonction  $f$  définie sur  $[-5; 7]$  :

$x$	-5	-4	0	5	7
$f$	2	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$
		-3	4,5	-3	-1

1. Comparer les nombres  $f(1)$  et  $f(2)$  en justifiant.
2. Même question avec les nombres  $f(-3)$  et  $f(-2)$ .
3. Que peut-on dire des nombres  $f(-1)$  et  $f(6)$  ?
4. Quel est le maximum de  $f$  sur  $I$  ? En quel(s) point(s) est-il atteint ?
5. Quel est le minimum de  $f$  sur  $I$  ? En quel(s) point(s) est-il atteint ?  
→ À rédiger

## III

## Variations des fonctions affines

### 1. Sens de variation d'une fonction affine

#### Proposition III.1

Une fonction affine  $f(x) = ax + b$  est :

- croissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a > 0$
- décroissante sur  $\mathbb{R}$  si  $a < 0$
- constante sur  $\mathbb{R}$  si  $a = 0$

**Exemple III.1** — Déterminer le sens de variations sur  $\mathbb{R}$  de chacune des fonctions affines suivantes :

$$1. f(x) = 2x - 5 \quad 2. g(x) = 4 - 3x \quad 3. h(x) = \frac{3x + 5}{-4}$$

→ À rédiger

### 2. Déterminer le coefficient directeur d'une fonction affine

#### Proposition III.2

Soit  $f$  une fonction affine et soit  $A$  et  $B$  deux points situés sur la droite représentative de  $f$ . Le coefficient directeur de  $f$  est  $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$ .

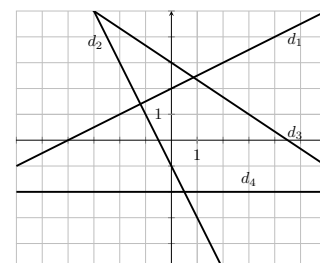
**Exemple III.2** — Soit  $f$  une fonction affine tel que  $f(0) = 2$  et  $f(-3) = -5$ .

1. Sans faire de calcul, la fonction  $f$  est-elle croissante ou décroissante sur  $\mathbb{R}$  ?
2. Déterminer le coefficient directeur de  $f$  puis retrouver le résultat de la question précédente.

→ À rédiger

**Exemple III.3** — Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine de chacune des fonctions affines représentées ci-dessous.

→ À rédiger



## Exemple II.1

1.  $D_f = [-5; 7]$
2.  $f(1) \geq f(2)$  car  $f$  est décroissante sur  $[0; 5]$ .
3.  $f(-3) \leq f(-2)$  car  $f$  est croissante sur  $[-4; 0]$ .
4. On ne peut pas comparer les nombres  $f(-1)$  et  $f(6)$ .
5. Le maximum est 4, 5. Il est atteint en  $x = 0$ .
6. Le minimum est  $-3$ . Il est atteint en  $x = -4$  et en  $x = 5$ .

## Exemple III.1

1.  $f$  est croissante sur  $\mathbb{R}$  car  $a = 2 > 0$ .
2.  $g$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$  car  $a = -3 < 0$ .
3.  $h$  est décroissante sur  $\mathbb{R}$  car  $h(x) = \frac{-3}{-4}x + \frac{5}{-4}$  et que  $a = \frac{-3}{-4} < 0$ .

## Exemple III.2

1. Comme  $f$  est une fonction affine et que  $f(-3) < f(0)$ , alors  $f$  ne peut pas être décroissante, ni constante sur  $\mathbb{R}$ . Elle est donc croissante sur  $\mathbb{R}$ .
2.  $a = \frac{f(0) - f(-3)}{0 - (-3)} = \frac{2 - (-5)}{3} = \frac{7}{3} > 0$ .  
La fonction  $f$  est donc bien croissante sur  $\mathbb{R}$ .

## Exemple III.3

On note  $f_1, f_2, f_3$  et  $f_4$  les fonctions affines associées aux droites  $d_1, d_2, d_3$  et  $d_4$ .

$$f_1 : a = \frac{4 - 2}{4 - 0} = \frac{1}{2} \text{ et } b = 2$$

$$f_2 : a = \frac{3 - (-1)}{-2 - 0} = -2 \text{ et } b = -1$$

$$f_3 : a = \frac{1 - 3}{3 - 0} = \frac{-2}{3} \text{ et } b = 3$$

$$f_4 : a = \frac{-2 - (-2)}{1 - 0} = 0 \text{ et } b = -2$$

## Variations de fonctions

---

### A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante sur un intervalle.
- Connaître la définition d'un maximum et d'un minimum d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir déterminer graphiquement le extremums d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir établir le tableau de variations d'une fonction définie par un graphique.
- Savoir calculer le coefficient directeur d'une fonction affine.
- Savoir déterminer le sens de variations d'une fonction affine.

## Variations de fonctions

---

### A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante sur un intervalle.
- Connaître la définition d'un maximum et d'un minimum d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir déterminer graphiquement le extremums d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir établir le tableau de variations d'une fonction définie par un graphique.
- Savoir calculer le coefficient directeur d'une fonction affine.
- Savoir déterminer le sens de variations d'une fonction affine.

## Variations de fonctions

---

### A savoir faire à la fin du chapitre.

- Connaître la définition d'une fonction croissante et d'une fonction décroissante sur un intervalle.
- Connaître la définition d'un maximum et d'un minimum d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir déterminer graphiquement le extremums d'une fonction sur un intervalle.
- Savoir établir le tableau de variations d'une fonction définie par un graphique.
- Savoir calculer le coefficient directeur d'une fonction affine.
- Savoir déterminer le sens de variations d'une fonction affine.