Fonction définie par un tableau ou un graphique

Exercice 1

Soit f la fonction définie par le tableau de valeurs suivant :

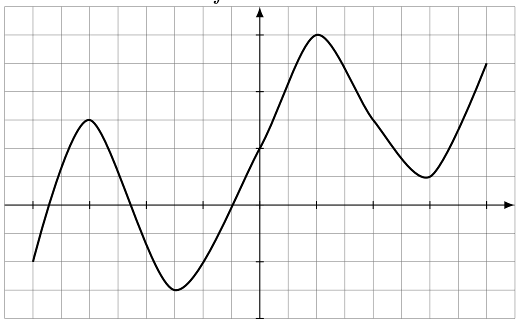
x	-5	-3	$-0,5$	1	3	4	10
$f(x)$	10	1	0	2	0	-3	-3

Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse. Justifier quand elle est fausse.

1. L'image de -3 par f est 4.
2. L'antécédent de 1 par f est -3.
3. Le point de coordonnées $(10; -5)$ appartient à la courbe de f.
4. -3 admet pour images 4 et 10 par la fonction f.

Exercice 2

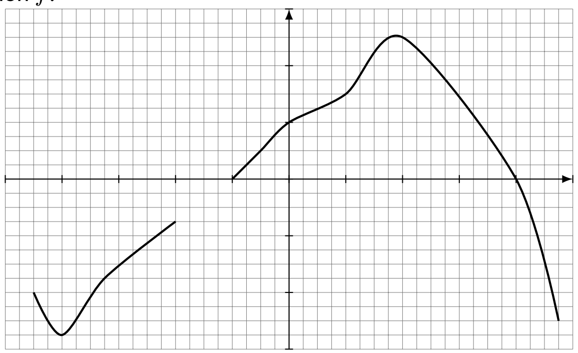
Dans le repère orthonormé $(O; I; J)$ ci-dessous, on donne la courbe représentative d'une fonction f :



1. Donner l'ensemble de définition de la fonction f.
2. Donner les images par la fonction f des nombres suivants :
   a) -3 b) $-1/2$ c) $1/2$ d) 0
3. Donner les antécédents des nombres suivants par la fonction f :
   a) 3 b) -1 c) -2
4. Combien de solutions l'équation $f(x) = 0$ possède-t-elle ? On ne demande pas de donner ces solutions.

Exercice 3

Dans le repère $(O; I; J)$ ci-dessous, on a représenté la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Déterminer les images des nombre suivants :
   a) 1 b) 0 c) 2
3. Déterminer l'ensemble des antécédents pour chacun des nombres suivants :
   a) 2 b) -2
4. (a) Donner deux nombres n'admettant pas d'image par la fonction f.
   (b) Donner un nombre n'admettant pas d'antécédent par la fonction f.

Fonction définie par une formule

Exercice 4

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3$. Sans utiliser de calculatrice, calculer $f(1)$, $f(-2)$ et $f(-\sqrt{2})$.

Exercice 5

On considère une fonction f définie par le tableau de valeurs suivant :

x	-5	-2	0	1	6	10
$f(x)$	20	-1	-5	-4	31	95

1. Lire les images par f de -5, de 0 et de 6. Donner $f(1)$.
2. Quel est l'antécédent de -5 par f ?
3. Cette fonction ne peut pas être définie par la formule $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$. Donner deux raisons à cela.
4. La fonction peut-elle être définie par la fonction $x \mapsto x^2 - 5$?
5. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie, fausse ou si on ne peut pas savoir.
   (a) -4 a pour image 1
   (b) $f(-2) = -1$.
   (c) Le point de coordonnés $(10; 95)$ appartient à la courbe d'équation $y = f(x)$.

Exercice 6

On donne deux programmes de calcul ci-dessous :

A	B
Choisir un nombre Prendre son carré Ajouter 3 Multiplier par 2 Afficher le résultat	Choisir un nombre Prendre son inverse Soustraire 3 Afficher le résultat

On note f et g deux fonctions qui sont décrites par les programmes A et B.

1. Donner une formule qui convient pour chaque fonction.
2. Donner l'ensemble de définition de chacune de ces fonctions.

Exercice 7

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par
$f(x) = (x-3)^2 - (2-5x)(x-3)$.

1. Développer et réduire $f(x)$.
2. Factoriser $f(x)$.
3. En utilisant la forme la plus adaptée de $f(x)$, calculer les images par f des nombres 0, $\frac{5}{6}$, $-\sqrt{2}$ et $\frac{2}{5}$.
4. En utilisant la forme la plus adaptée, déterminer les antécédents de 0 puis de 15.

Exercice 8

Soit g la fonction définie par $g(x) = (3x+1)^2 - 49$.

1. Développer et réduire $g(x)$.
2. Factoriser $g(x)$.
3. En utilisant la forme la plus adaptée, calculer les images par g de 0, $\frac{-1}{3}$, 2 et $\sqrt{5}$.
4. Résoudre chacune des équations suivantes :
   (a) $g(x) = 0$ (b) $g(x) = 9x^2$.

Fonctions affines

Exercice 9

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 4x - 7$. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en justifiant chaque valeur :

x	-9		0		3	
$f(x)$		-9		0		3

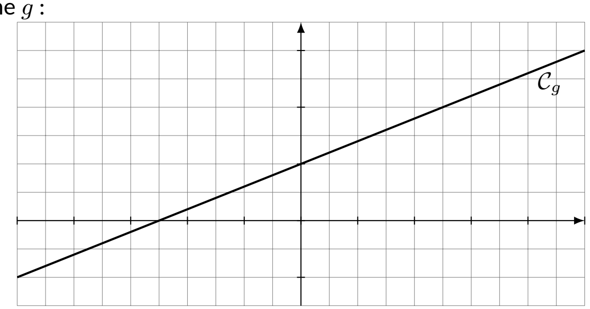
Exercice 10

Représenter les fonctions affines f, g, h et k suivantes dans un repère :

1. $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$
2. $g(x) = -3x$
3. $h(x) = \frac{-4}{3}x - 2$
4. $k(x) = 1,5$

Exercice 11

On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction affine g :

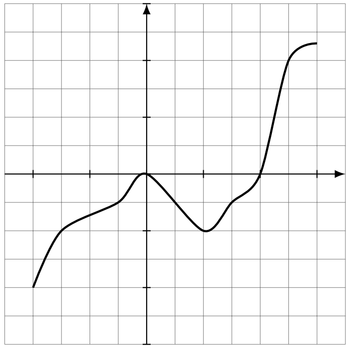


1. Déterminer graphiquement l'ordonnée à l'origine.
2. Sachant le point de coordonnées $(5;3)$ appartient à la courbe d'équation $y = g(x)$, déterminer par le calcul le coefficient directeur de la fonction g.

Équations graphiques

Exercice 12

On considère une fonction f définie sur $[-2;3]$ par le graphe suivant :

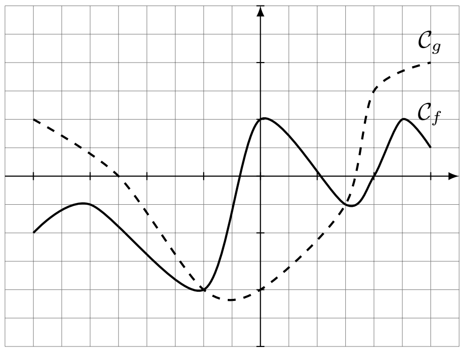


Déterminer l'ensemble des solutions de chacune des équations suivantes :

1. $f(x) = -0,5$
2. $f(x) = 0$
3. $f(x) = 2$
4. $f(x) = 1$

Exercice 13

Voici les courbes de deux fonctions f et g définies sur $[-4;3]$:



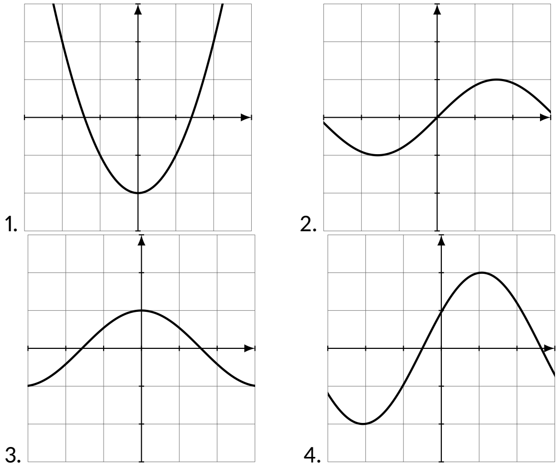
Résoudre graphiquement les équations suivantes :

1. $f(x) = 1$
2. $g(x) = 0$
3. $f(x) = g(x)$

Fonctions paires ou impaires

Exercice 14

Pour chacune des courbes ci-dessous, dire si elle semble être la courbe représentative d'une fonction paire, d'une fonction impaire ou d'une fonction qui n'est ni paire, ni impaire.



Exercice 15

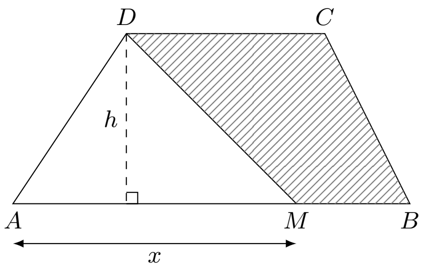
Pour chaque fonction ci-dessous, montrer qu'elle est soit paire, soit impaire, soit ni l'un ni l'autre.

1. $f(x) = x^3 + x$ 2. $g(x) = x^4 - 3x^2$ 3. $h(x) = x^2 + x$

Problèmes

Exercice 16

$ABCD$ est un trapèze de hauteur $h = 6$ avec $AB = 17$ et $CD = 9$. M est un point du segment $[AB]$. On note x la distance AM et $f(x)$ l'aire du trapèze $MBCD$.



1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction f ?
2. Déterminer l'expression de $f(x)$ en fonction de x.
3. Pour quelle(s) position(s) du point M l'aire du trapèze $MBCD$ est-elle égale au tiers de l'aire du trapèze $ABCD$? On donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 17

ABC est un triangle rectangle en A. On donne $AB = 4$ et $AC = 8$. M est un point du segment $[AB]$. Les points N et P sont deux points appartenant respectivement aux segments $[BC]$ et $[AC]$ de sorte que $AMNP$ soit un rectangle.

1. Faire une figure lorsque $AM = 1$ puis calculer dans ce cas l'aire du rectangle $AMNP$.

Dans la suite, le point M est un point quelconque du segment $[AB]$ et on note x la distance AM.

2. A quel intervalle appartient le nombre x ?
3. A l'aide du théorème de Thalès, démontrer que $MN = 8 - 2x$.
4. Démontrer que l'aire du rectangle $AMNP$ est donnée par la formule $f(x) = 8x - 2x^2$.
5. A l'aide de la calculatrice, recopier compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0	$0,5$	1	$1,5$	2	$2,5$	3	$3,5$	4
$f(x)$									

6. Tracer la courbe de la fonction f sur votre calculatrice et déterminer graphiquement les valeurs de x pour lesquelles l'aire du rectangle est égale à 6.
7. A l'aide de la courbe de la fonction f, déterminer graphiquement la position du point M pour que l'aire du rectangle soit maximale.