

Calculs algébriques (2ème partie)

I Calculs avec des fractions

1. Mise au même dénominateur

Exemple I.1 — Calculer chacune des expressions suivantes :

$$A = \frac{3}{4} + \frac{2}{7} \quad B = \frac{1}{8} - \frac{2}{3} \times \frac{5}{11} \quad C = \frac{\frac{-2}{5}}{3} - 2$$

→ À rédiger

Exemple I.2 — Calculer les expressions suivantes, si besoin en les mettant au même dénominateur. Donner au préalable les valeurs interdites.

$$1. A = \frac{3x}{x-2} - \frac{2x+5}{x-2} \quad 2. B = 5 + \frac{3}{6x+2} \quad 3. C = \frac{-4x+5}{x+3} + \frac{3}{5x-1}$$

→ À rédiger

2. Équations « quotient nul »

Proposition I.1

Un quotient est nul si, et seulement si, son numérateur est nul et son dénominateur est non nul.

$$\frac{A}{B} = 0 \iff A = 0 \text{ et } B \neq 0$$

Exemple I.3 — Résoudre les équations suivantes :

$$1. \frac{2x+4}{x-9} = 0 \quad 2. \frac{7x-8}{2x-3} = 0 \quad 3. \frac{2x}{3x-1} = 2$$

→ À rédiger

II Calculs avec des puissances

1. Notation puissance

Définition II.1Soit a un nombre et n un entier positif non nul.

- $a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$
- $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a \times a \times \cdots \times a}$

Par convention, $a^0 = 1$ si $a \neq 0$.**Exemple II.1** — Calculer les expressions suivantes :

$$A = 2^5 \quad B = 5^{-3} \quad C = (7x)^4$$

→ À rédiger

2. Règles de calcul

Proposition II.2Soit a un nombre. Soit n et m deux nombres entiers relatifs.

$$1. a^n \times a^m = a^{n+m} \quad 2. \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad 3. (a^n)^m = a^{n \times m}$$

Proposition II.3Soit a et b deux nombres. Soit n un entier relatif.

$$1. (a \times b)^n = a^n \times b^n \quad 2. \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemple II.2 — Calculer les expressions suivantes :

$$A = 2^5 \times 2^7 \quad B = \frac{3^{10}}{3^6} \quad C = (4^3)^{-2} \quad D = (2x)^3 \quad E = \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

→ À rédiger

Calculs avec des racines carrées

1. Définition d'une racine carrée

Définition III.1

La racine carrée d'un nombre a positif est l'unique nombre positif dont le carré vaut a . On le note \sqrt{a} .
On a donc $(\sqrt{a})^2 = a$.

Exemple III.1 — Déterminer la racine carrée des nombres suivants :

100 81 -36 $(-6)^2$

→ À rédiger

2. Règles de calcul

Proposition III.2

Pour tous nombres positifs a et b :

- $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ (si $b \neq 0$).

Démonstration.

→ À rédiger

Exemple III.2 — Simplifier les expressions $\sqrt{4 \times 9}$ et $\sqrt{\frac{25}{16}}$.

→ À rédiger

Exemple III.3 — Mettre les expressions $\sqrt{8}$, $\sqrt{12}$ et $\sqrt{28}$ sous la forme $a\sqrt{b}$ où a et b sont deux entiers.

→ À rédiger

Solutions

Exemple I.1

1. $A = 29/28$
2. $B = \frac{1}{8} - \frac{10}{33} = \frac{-47}{264}$
3. $C = \frac{-2}{5} \times \frac{3}{5} - 2 = \frac{-6}{25} - 2 = \frac{-56}{25}$

Exemple I.2

1. Valeur interdite : $x = 2$; $A = \frac{x-5}{x-2}$
2. Valeur interdite : $x = -2/6$; $B = \frac{30x+13}{6x+2}$
3. Valeurs interdites : $x = -3$ et $x = 1/5$;
 $C = \frac{-20x^2 + 32x + 4}{(x+3)(5x-1)}$

Exemple I.3

1. Valeur interdite : $x = 9$ et $S = \{-2\}$
2. Valeur interdite : $x = 3/2$ et $S = \{\frac{8}{7}\}$
3. Valeur interdite : $x = 1/3$ et $S = \{\frac{1}{2}\}$

Exemple II.1

1. $A = 32$
2. $B = \frac{1}{125} = 0,008$
3. $C = 2401x^4$

Exemple II.2

1. $A = 2^{12}$
2. $B = 3^4$
3. $C = 4^{-6}$
4. $D = 8x^3$
5. $E = \frac{1}{64}$

Exemple III.1

1. 10
2. 9
3. N'existe pas
4. 6

Démonstration de la proposition III.2

On a :

$$(\sqrt{a} \times \sqrt{b})^2 = \sqrt{a^2} \times \sqrt{b^2} = a \times b$$

Ainsi, le nombre $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$ est un nombre positif dont le carré vaut ab ; c'est donc la racine carré de ab . Autrement dit, $\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab}$.

Exemple III.2

1. 6
2. $\frac{5}{4}$

Exemple III.3

1. $\sqrt{8} = 2\sqrt{2}$
2. $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$
3. $\sqrt{28} = 2\sqrt{7}$

Calculs algébriques (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir mettre deux fractions au même dénominateur.
- Savoir effectuer des calculs avec des expressions fractionnaires.
- Savoir résoudre une équation « quotient nul » en déterminant les valeurs interdites au préalable.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les puissances.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les racines carrées.

Démonstration à connaître.

- Savoir montrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Calculs algébriques (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir mettre deux fractions au même dénominateur.
- Savoir effectuer des calculs avec des expressions fractionnaires.
- Savoir résoudre une équation « quotient nul » en déterminant les valeurs interdites au préalable.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les puissances.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les racines carrées.

Démonstration à connaître.

- Savoir montrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.

Calculs algébriques (2ème partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir mettre deux fractions au même dénominateur.
- Savoir effectuer des calculs avec des expressions fractionnaires.
- Savoir résoudre une équation « quotient nul » en déterminant les valeurs interdites au préalable.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les puissances.
- Connaître et savoir appliquer les règles de calcul sur les racines carrées.

Démonstration à connaître.

- Savoir montrer que $\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$.