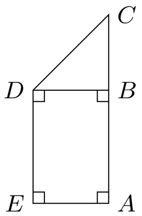
Projeté orthogonal d'un point sur une droite

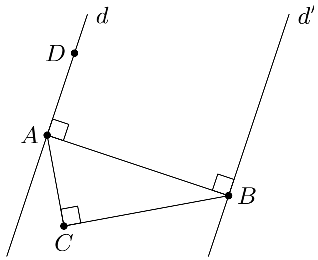
Exercice 1
Dans chaque cas, une proposition est exacte à propos de cette figure. Laquelle ?



1. Le projeté orthogonal de C sur la droite (AE) est le point :
   (a) A (b) B (c) C
2. B est le projeté orthogonal du point :
   (a) A sur (CD) (b) C sur (BC) (c) D sur (AC)
3. E est le projeté orthogonal du point :
   (a) A sur (AD) (b) D sur (AE) (c) B sur (AE)

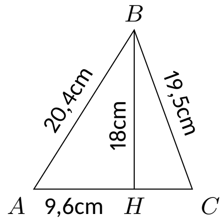
Exercice 2
1. Constuire un triangle rectangle ABC tel que $AB = 2,5$cm, $AC = 6$cm et $BC = 6,5$cm.
2. Constuire le point H qui est le pied de la hauteur issue de A.
3. H est le projeté orthogonal de trois points de la figure. Préciser lesquels et sur quelles droites.

Exercice 3
On considère un triangle ABC rectangle en C tel que $AB = 5$cm, $BC = 4$cm et $AC = 3$cm. On trace deux droites d et d' perpendiculaires à $[AB]$ et on place un point D sur la droite d :



Déterminer les distances :
1. du point A à la droite (BC).
2. du point B à la droite (AC).
3. du point D à la droite d.

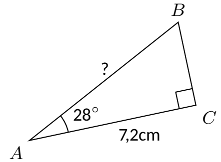
Exercice 4
ABH et BCH sont les triangles comme ci-dessous. Les points A, C et H sont alignés.

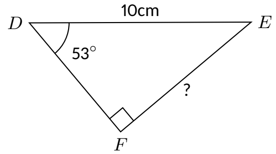


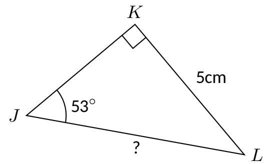
1. Justifier que H est le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).
2. Calculer la distance de C à la droite (BH).

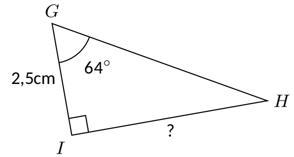
Trigonométrie

Exercice 5
Dans chaque cas, calculer la longueur demandée :

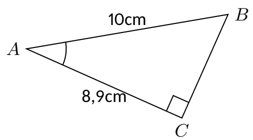
1. 

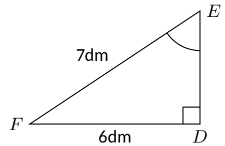
2. 

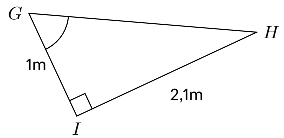
3. 

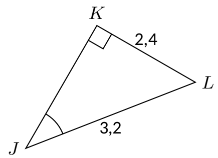
4. 

Exercice 6
Dans chaque cas, déterminer la mesure de l'angle marqué. Arrondir au dixième de degré.

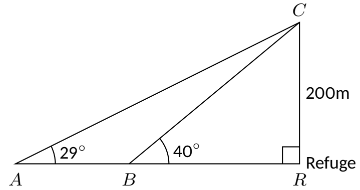
1. 

2. 

3. 

4. 

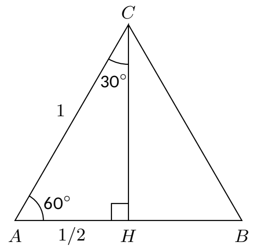
Exercice 7
Arrêtés le long d'un sentier rectiligne, deux randonneurs A et B observent un chevreuil C.



Quelle distance, en mètres, sépare les deux randonneurs ? (arrondir à l'unité).

Exercice 8
Soit α la mesure d'un angle aigu $(0° < \alpha < 90°)$ tel que $\sin(\alpha) = \dfrac{3}{5}$.
Déterminer la valeur exacte de $\cos(\alpha)$.

Exercice 9
On considère un triangle équilatéral ABC de côté 1.



1. Justifier que $\cos(60°) = \frac{1}{2}$ et que $\sin(30°) = \frac{1}{2}$.
2. En déduire les valeurs exactes de $\cos(30°)$ et de $\sin(60°)$.

Exercice 10
Sachant que $\sin(15°) = \dfrac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$, montrer que
$\cos(15°) = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$.

Exercice 11
Soit ABC un triangle rectangle en A. On note α la mesure de l'angle $\widehat{ABC}$.
1. (a) Ecrire les expressions de $\cos(\alpha)$, $\sin(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ en fonction de AB, AC et BC.
   (b) Montrer que $\tan(\alpha) = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$.
2. On suppose que $\cos(\alpha) = 0,8$. Déterminer la valeur exacte de $\sin(\alpha)$ puis celle de $\tan(\alpha)$.

Milieu de deux points

Exercice 12
1. Dans un repère orthonormé, en prenant comme unité le centimètre, placer les points $A(-1; 1)$, $B(3; 1)$ et $C(1; 5)$.
2. Calculer les coordonnées du point M, milieu de [AC].
3. Même question pour le point N milieu de [BC].
4. Que peut-on dire des droites (MN) et (AB) ? Justifier la réponse.

Exercice 13
Soit $ABCD$ un carré. Soit E le point symétrique de A par rapport à B et soit I le milieu de $[BC]$. On souhaite démontrer de deux façons différentes que I est le milieu de $[DE]$.

1. Avec un repère.
   (a) Justifier que le repère (A, B, D) est un repère orthonormé.
   (b) Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E et I dans ce repère.
   (c) Démontrer que I est le milieu de $[DE]$.
2. Sans repère.
   (a) Quelle est la nature du quadrilatère $DBEC$? Justifier la réponse.
   (b) En déduire que I est le milieu de $[DE]$.

Exercice 14
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on place les points $A(3; -2)$, $B(4; 1)$, $C(7; 2)$ et $D(6; -1)$. Montrer que le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.

Distances dans un repère

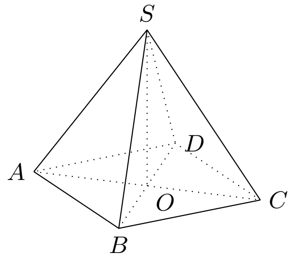
Exercice 15
1. Dans un repère orthonormé, en prenant comme unité le centimètre, placer les points $A(-1; -1)$, $B(3; 4)$, $C(7; -1)$.
2. Calculer les distances AB, BC et AC (donner les valeurs exactes).
3. Montrer, en le justifiant, que le triangle ABC n'est pas rectangle mais qu'il est isocèle.

Exercice 16
Dans un repère orthonormé (O, I, J), on donne $A(1; 1)$, $B(3; 4)$, $C(5; 1)$ et $D(3; -2)$.
1. Calculer les coordonnées du milieu de $[AC]$, puis les coordonnées du milieu de $[BD]$.
2. Calculer les longueurs AB et BC.
3. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$? Justifier la réponse.

Problèmes de géométrie

Exercice 17
Un skieur dévale, tout schuss, une piste rectiligne représentée ci-dessous par le segment $[BC]$ de longueur 1200m :
A son point de départ C, le dénivelé par rapport au bas de la piste, donné par la longueur AC est de 200m. Après une chute, il est arrêté au point D sur la piste. Le dénivelé, donné par la longueur DH est alors de 150m.
Calculer la longueur DB qu'il lui reste à parcourir.

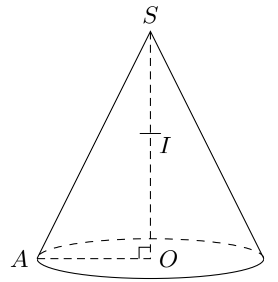
Exercice 18
La pyramide du Louvre est une pyramide régulière à base carrée de 35,4m de côté et de 21,6m de hauteur. Elle est représentée ci-dessous par la pyramide $SABCD$.



1. Quel est le volume de la pyramide du Louvre ? Arrondir à l'unité.
2. Caluler la valeur exacte de la longueur BD puis en donner une valeur approchée au dixième.
3. Déterminer la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{SBO}$. Arrondir à l'unité.
4. En déduire la mesure, en degrés, de l'angle $\widehat{BSD}$. Arrondir à l'unité.

Exercice 19
Une boite de quatre balles de tennis est un cylindre de hauteur 26cm.
1. Calculer le diamètre d'une balle de tennis.
2. Calculer le volume de la boite.
3. Calculer le volume d'une balle de tennis.
4. En déduire le volume de l'espace vide.

Exercice 20
On considère le cône ci-dessous de sommet S dont la base est le disque de rayon $[OA]$. Ce cône a pour hauteur $SO = 8$cm et pour génératrice $SA = 10$cm. Le point I est un point du segment $[SO]$ tel que $SI = 2$cm.



1. Montrer que $OA = 6$cm.
2. Montrer que la valeur exacte du volume V du cône est égale à 96πcm^2 puis en donner une valeur arrondie au mm^3 près.
3. Déterminer, au degré près, la mesure de l'angle $\widehat{ASO}$.
4. On coupe ce cône par un plan parallèle à sa base et passant par le point I. La section obtenue est un disque de centre I qui est une réduction du disque de base.
   (a) Déterminer le rapport k de cette réduction.
   (b) Soit V' le volume du cône de sommet S et de base le disque de centre I. Exprimer V' en fonction de V puis donner la valeur arrondie de V' au mm^3 près.