Calculs algébriques (1ère partie)

I Développement et factorisation

1. Développer une expression

Définition I.1
Développer une expression, c'est transformer un produit en une somme.

Proposition I.2
- $k(a+b) = ka + kb$
- $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

Exemple I.1 — Développer et réduire les expressions suivantes :
$A = -4(2x+3)$ $\quad B = (4x+2)(-3+5x)$ $\quad C = (2x-5)^2$. → À rédiger

2. Factoriser une expression

Définition I.3
Factoriser une expression, c'est transformer une somme en un produit.

Exemple I.2 — Factoriser les expressions suivantes en reconnaissant un facteur commun :

$A = (4x-1)(2x-5) + (4x-1)(7x+2)$

$B = 3(2+3x) - (5+2x)(2+3x)$

$C = (2-5x)^2 - (2-5x)(1+x)$ → À rédiger

II Identités remarquables

1. Les trois identités remarquables

Théorème II.1
Si a et b sont deux nombres :

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

Démonstration. → À rédiger

2. Développer à l'aide d'une identité remarquable

Exemple II.1 — Développer et réduire les expressions suivantes à l'aide d'identités remarquables :
$A = (4x+1)^2$ $\quad B = (2x-7)^2$ $\quad C = (3-2y)(3+2y)$ → À rédiger

3. Factoriser à l'aide d'une identité remarquable

Pour factoriser une expression dans laquelle il n'y a pas de facteur commun, on peut chercher à utiliser une identité remarquable.

Exemple II.2 — Factoriser les expressions suivantes à l'aide d'une identité remarquable :

$A = x^2 + 6x + 9$

$B = 9x^2 - 24x + 16$

$C = 25 - 36z^2$ → À rédiger

III Application à la résolution d'équations

1. Équations du 1er degré à une inconnue

Exemple III.1 — Résoudre les équations suivantes :

a) $4x - 7 = 2$

b) $5x - 1 = 9x + 4$

c) $3(2x + 7) - (5x + 1) = 3$ $\longrightarrow$ À rédiger

2. Équations « produit nul »

Proposition III.1

Un produit de facteurs est nul si, et seulement si, l'un au moins de ses facteurs est nul.

Exemple III.2 — Résoudre les équations suivantes :

a) $(x - 3)(x + 5) = 0$

b) $(2x - 1)(3x + 4) = 0$

c) $(3x - 2)(-5x + 3) = (3x - 2)(2x - 7)$

d) $9x^2 - 12x + 4 = 0$ $\longrightarrow$ À rédiger

Solutions

Exemple I.1

1. $A = -8x - 12$
2. $B = 20x^2 - 2x - 6$
3. $C = 4x^2 - 20x + 25$

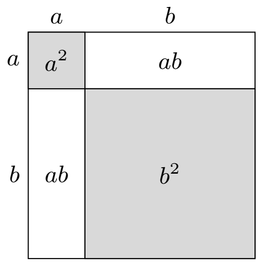
Exemple I.2

1. $A = 36x^2 - 21x + 3$
2. $B = -6x^2 - 10x - 4$
3. $C = 30x^2 - 17x + 2$

Démonstration du théorème II.1

1. **Méthode 1.**$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2+ab+ab+b^2 = a^2 + 2ab + b^2$.

   Méthode 2. Le carré suivant a pour côté $a + b$ donc son aire est $(a + b)^2$.

   Cependant, l'aire du grand carré est la somme de l'aire du carré de côté a (a^2), de l'aire du carré de côté b (b^2) et de l'aire des deux rectangles de longueur et de largeur a et b ($2ab$).

   Ainsi, $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$.
2. $(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$.
3. $(a - b)(a + b) = a^2 - ab + ab + b^2 = a^2 - b^2$

Exemple II.1

1. $A = 16x^2 + 8x + 1$
2. $B = 4x^2 - 28x + 49$
3. $C = 9 - 4y^2$

Exemple II.2

1. $A = (x + 3)^2$
2. $B = (3x - 4)^2$
3. $C = (5 - 6z)(5 + 6z)$

Exemple III.1

1. $S = \{\frac{9}{4}\}$
2. $S = \{\frac{-5}{4}\}$
3. $S = \{-13\}$

Exemple III.2

1. $S = \{3; -5\}$
2. $S = \{\frac{1}{4}; \frac{-4}{3}\}$
3. $S = \{\frac{2}{3}; \frac{10}{7}\}$
4. $S = \{\frac{2}{3}\}$

Calculs algébriques (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir développer une expression à l'aide de la double distributivité.
- Savoir développer une expression à l'aide d'une identité remarquable.
- Savoir factoriser une expression avec un facteur commun.
- Savoir factoriser une expression avec une identité remarquable.
- Savoir résoudre une équation du 1er degré.
- Savoir résoudre une équation « produit nul ».

Démonstration à connaître.

- Savoir démontrer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ à l'aide d'une figure géométrique.

Calculs algébriques (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir développer une expression à l'aide de la double distributivité.
- Savoir développer une expression à l'aide d'une identité remarquable.
- Savoir factoriser une expression avec un facteur commun.
- Savoir factoriser une expression avec une identité remarquable.
- Savoir résoudre une équation du 1er degré.
- Savoir résoudre une équation « produit nul ».

Démonstration à connaître.

- Savoir démontrer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ à l'aide d'une figure géométrique.

Calculs algébriques (1ère partie)

A savoir faire à la fin du chapitre.

- Savoir développer une expression à l'aide de la double distributivité.
- Savoir développer une expression à l'aide d'une identité remarquable.
- Savoir factoriser une expression avec un facteur commun.
- Savoir factoriser une expression avec une identité remarquable.
- Savoir résoudre une équation du 1er degré.
- Savoir résoudre une équation « produit nul ».

Démonstration à connaître.

- Savoir démontrer que $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ à l'aide d'une figure géométrique.