Fonctions exponentielles

Exercice 1

Donner une expression de chaque fonction exponentielle de base a pour :

1. $a = 6$
2. $a = 0,7$
3. $a = 4,5$
4. $a = 0,95$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 0,3^x$.

1. Déterminer $f(0)$ et $f(1)$.
2. À l'aide de la calculatrice, déterminer une valeur approchée de $f(1,5)$ à 10^{-2} près.

Exercice 3

On considère la fonction p définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $p(x) = 22800 \times 0,9^x$. On admet que la fonction p modélise la valeur (en euros) d'un certain tracteur en fonction du temps x (en années) écoulé depuis son achat.

1. Calculer $p(0)$ et interpréter le résultat.
2. Calculer $p(3,5)$ (arrondir le résultat à l'unité) puis interpréter le résultat.
3. Quel sera le prix du tracteur au bout de 4 ans et 5 mois ? Arrondir le résultat à l'euro près.

Exercice 4

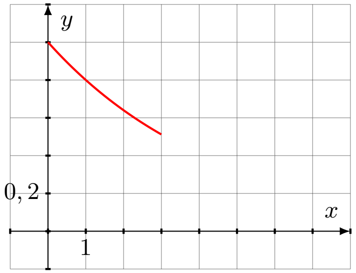
Chaque semaine, le nombre de connexions à un site web augmente de 8%. On étudie l'évolution du nombre de connexions à ce site. Au départ, on a noté qu'il y avait $25\,000$ connexions.

1. Calculer le nombre de connexions au bout d'une semaine.
2. On modélise le nombre de connexions, en millier, au bout de x semaines par la fonction f définie par $f(x) = 25 \times q^x$.
   (a) Donner la valeur de q.
   (b) Calculer $f\left(3 + \frac{2}{7}\right)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
   (c) Combien y aura-t-il de connexions à ce site au bout de 5 semaines et 4 jours ?

Représentation graphique

Exercice 5

Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par $f(x) = 0,8^x$. On donne ci-dessous une partie de la courbe représentative de f dans un repère :



1. Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant en arrondissant les valeurs à $0,01$ près :

x	4	5	6	7	8
$f(x)$					

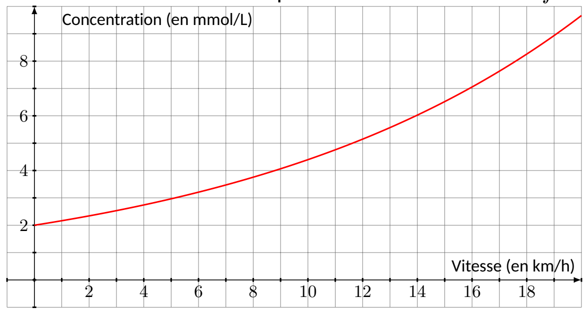
2. Compléter le tracé de la courbe de f sur le graphique.
3. Avec la précision permise par le graphique, déterminer la valeur de x pour laquelle $f(x) = 0,3$.

Exercice 6

Au début d'un effort physique, l'organisme produit du lactate. Anaé participe à une épreuve de course à pied. L'évolution de la concentration en lactate dans le sang est un phénomène continu de croissance exponentielle modélisé par la fonction f définie sur $[0; 20]$ par $f(v) = 2 \times 1,082^v$ où $f(v)$ est la concentration en lactate en millimoles par litre (mmol/L) et v est la vitesse de course en km/h.

1. Quelle sera la concentration en lactate si Anaé court à $6,5$km/h ? Arrondir le résultat au dixième.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f :



2. Répondre aux questions suivantes avec la précision permise par le graphique.
   (a) Quelle est la concentration en lactate lorsque la vitesse d'Anaé est de 12km/h ?
   (b) La concentration en lactate est de 4mmol/L. Quelle est la vitesse d'Anaé ?
   (c) À partir de quelle vitesse la concentration en lactate dépasse-t-elle 8mmol/L ?

Sens de variation

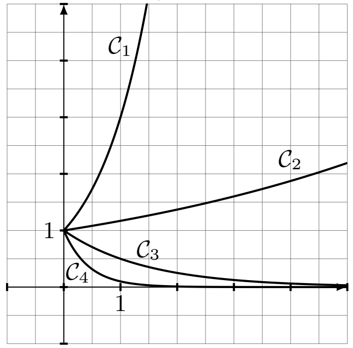
Exercice 7

Déterminer le sens de variation des fonctions f, g, h et k définies sur $[0; +\infty[$:

1. $f(x) = 2^x$ 2. $g(x) = 0,3^x$ 3. $h(x) = 0,9^x$
4. $k(x) = 1,2^x$

Exercice 8

Soit f, g , h et k quatre fonctions définies sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 0,5^x$, $g(x) = 3^x$, $h(x) = 1,17^x$ et $k(x) = 0,1^x$. On donne ci-dessous leurs représentations graphiques :



Associer chaque fonction à sa courbe.

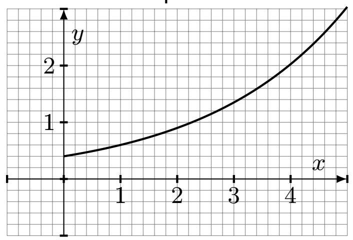
Exercice 9

Déterminer le sens de variation sur $[0; +\infty[$ de chacune des fonctions suivantes :

1. $f(x) = 2 \times 0,9^x$ 2. $g(x) = -4 \times 2^x$ 3. $h(x) = -0,7^x$
4. $k(x) = 6 \times 1,1^x$

Exercice 10

On considère une fonction f définie sur $[0; +\infty[$ de la forme $f(x) = k \times a^x$ où k et a sont deux nombres réels strictement positifs. On donne ci-dessous sa courbe représentative dans un repère :



1. Sans faire de calcul, justifier que le nombre a est strictement plus grand que 1.
2. Déterminer graphiquement $f(0)$ et en déduire la valeur de k.
3. Déterminer graphiquement $f(1)$ et en déduire la valeur de a.

Propriétés algébriques

Exercice 11
Dans chaque cas, écrire le résultat sous la forme $1,5^x$ où x est un nombre réel positif.

1. $1,5^2 \times 1,5^{2,5}$
2. $\dfrac{1,5^{5,3}}{1,5^{2,1}}$
3. $\left(1,5^{3,1}\right)^2$

Exercice 12
Calculer chacune des expressions suivantes :

1. $A = \dfrac{0,6^{1,9} \times 0,6^{3,1}}{\left(0,6^{1,25}\right)^{0,4}}$
2. $B = 3^6 \times 3^{1,1} \times \left(3^{2,8}\right)^{0,5}$
3. $C = \dfrac{5 \times 25^{3,1}}{5^{2,1}}$

Exercice 13
Soit x un nombre réel.

1. Montrer que $\dfrac{7^{5,5} \times 7^{3x+5}}{7^{x+0,5}} = 7^{2x+10}$
2. Montrer que $\left(0,3^{x+0,5}\right)^4 \times 0,3^x = 0,3^{5x+2}$

Exercice 14
Soit f la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = 5 \times 2^x$.

1. Montrer que, pour tout nombre réel x positif, $f(x+1) = 5 \times 2^x \times 2$.
2. En déduire que $f(x+1) = 2 \times f(x)$.
3. On donne $f(3,4) \approx 53$ arrondi à l'unité. En déduire, snas calculatrice, une valeur approchée de $f(4,4)$.

Équation $x^n = a$

Exercice 15
Résoudre dans $[0;+\infty[$ chacune des équation suivantes. On donnera une valeur approchée au centième de la solution ou la valeur exacte si cela est possible.
(a) $x^6 = 23$ (b) $x^3 = 8$ (c) $x^{10} = 85$ (d) $2x^7 = 320$
(e) $3x^3 = 132$

Exercice 16
On considère une suite géométrique (u_n) de raison q. Dans chaque cas, déterminer la raison de cette suite :

1. $u_0 = 0,8$ et $u_4 = 4,05$
2. $u_2 = 8000$ et $u_5 = 4096$. On pourra remarquer que $u_5 = u_2 \times q^3$.

Exercice 17
Le 1er janvier, Irina a placé 800€ sur un compte rémunéré au taux annuel de 3%.

1. Quel sera, à l'euro près, le capital acquis au bout de 20 ans ?
2. Irina souhaiterait que le capital acquis double au bout de 20 ans. On note t le taux d'intérêts qu'il faudrait appliquer pour atteindre cet objectif. Montrer que t vérifie l'équation $800 \times (1+t)^{20} = 1600$
3. Résoudre cette équation puis donner une valeur approchée de t à 10^{-4} près. Conclure.

Taux d'évolution moyen

Exercice 18
En 2024, le maire d'une ville a constaté que la population a augmenté de 20% en dix ans. Déterminer le taux d'évolution annuel moyen de la population de la ville sur ces dix années. Donner le résultat arrondi à $0,1\%$ près.

Exercice 19
Le bénéfice annuel d'une entreprise a augmenté de 10% en 2022, de 12% en 2023 et de 3% en 2024.

1. Calculer le taux d'évolution global de ce bénéfice.
2. Calculer le taux d'évolution moyen de ce bénéfice sur ces trois années.

Exercice 20
Le prix d'un paquet de biscuits a été multiplié par $1,4$ en un an. En moyenne, de quel pourcentage le prix de ce paquet a-t-il augmenté chaque mois durant cette année ? Arrondir à $0,1\%$ près.

Exercice 21
Le nombre d'habitants d'une ville est passé de $20\,000$ habitants en 2018 à $14\,000$ en 2023.

1. Déterminer le taux d'évolution global du nombre d'habitants.
2. En déduire le taux moyen annuel de diminution du nombre d'habitants de cette ville.

Exercice 22
Le lundi 19 décembre 2022, le prix du baril de pétrole sur les marchés financiers s'élevait à $84,49$\$. Une semaine plus tard, le lundi 26 décembre, il s'élevait à $82,16$\$.

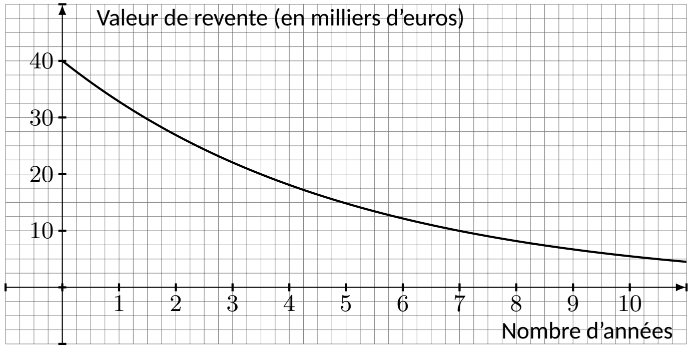
1. Calculer le taux d'évolution moyen quotidien du prix du baril de pétrole entre le 19 et le 26 décembre 2022.
2. Estimer à combien s'élevait le prix du baril le jour de Noël.

Problèmes de seuil

Exercice 23
Monia a acheté une voiture électrique le 1er janvier 2020. La valeur de la revente de sa voiture (en milliers d'euros) est donnée par la fonction f définie par $f(x) = 40 \times 0,82^x$ où x est le nombre d'années écoulées depuis le 1er janvier 2020.

1. Combien aurait-elle revendu sa voiture le 1er janvier 2022 ?
2. Combien aurait-elle revendu sa voiture 3 ans et 1 mois après l'avoir achetée ? Arrondir le résultat à l'euro près.

On donne ci-dessous la courbe représentative de la fonction f dans un repère



3. Déterminer graphiquement la date à laquelle la valeur de revente de sa voiture sera de $20\,000$ euros.
4. À partir de quelle date sa voiture vaudra moins de $12\,500$ euros ?

Exercice 24
Dans une station de ski, l'épaisseur de neige sur les pistes est évaluée à 2m30. En raison d'un hiver doux, l'épaisseur du lanteau neigeux diminue de 20% par semaine à partir du 1er février. On modélise ainsi l'épaisseur de neige sur les pistes, en mètre, x semaines après le 1er février par $f(x) = 2,3 \times 0,8^x$.

1. Déterminer l'épaisseur de neige le 28 février.
2. À l'aide d'une calculatrice, déterminer au cours de quelle semaine l'épaisseur du manteau neigeux devrait devenir inférieur à 70cm.