Événements indépendants

Exercice 1
Dans chaque cas, déterminer si les événements A et B sont indépendants.

1. $P(A) = 0,5$, $P(B) = 0,3$ et $P_A(B) = 0,5$
2. $P(A) = 0,8$, $P(B) = 0,3$ et $P_B(A) = 0,8$
3. $P(A) = 0,6$, $P(B) = 0,7$ et $P(A \cap B) = 0,42$

Exercice 2
Voici la répartition des salariés d'une entreprise :

	Cadres	Employés	Total
Parlent anglais	20	10	30
Ne parlent pas anglais	40	80	120
Total	60	90	150

On interroge un salarié au hasard parmi les 150 et on considère les événements suivants :

- C : « L'employé est un cadre »
- A : « L'employé parle anglais »

1. Calculer $P(A)$ et $P_C(A)$.
2. Les événements A et C sont-ils indépendants ? Justifier.

Exercice 3
Dans une association de 420 membres, les activités proposées sont le tarot et la belote. Les membres sont classés selon leur niveau : « expert » ou « amateur ». On sait que 315 membres, dont 63 experts, jouent au tarot. On sait aussi que 84 membres sont des experts.
On choisit un membre au hasard dans ce club. On note respectivement E et T les événements « le membre est expert » et « le membre joue au tarot ».

1. Recopier et compléter le tableau d'effectifs ci-dessous :

	Tarot	Belote	Total
Expert	63	39	84
Amateur			
Total	315		420

2. Calculer la probabilité des événements E et T.
3. Traduire par une phrase l'événement $E \cap T$ et calculer sa probabilité.
4. Le fait de choisir un membre expert est-il indépendant du fait de choisir un membre qui joue au tarot ? Justifier la réponse de deux façons différentes.
5. Montrer que les événements E et $\overline{T}$ ne sont pas indépendants.

Exercice 4
Un élevage de chats comporte trois fois plus de femelles que de mâles. L'éleveur a sélectionné la race pour que 96% des individus, quel que soit leur sexe, soient porteurs du phénotype « colourpoint », c'est-à-dire qu'ils ont les extrémités plus foncées que le reste du corps.
On choisit un chat au hasard et on note F l'événement « Le chat est une femelle » et C l'événement « Le chat porte le phénotype colourpoint ».

1. Déterminer les probabilités $P(F)$ et $P(C)$.
2. Quelle information de l'énoncé permet d'affirmer que les événements F et C sont indépendants ?
3. Quelle est la probabilité que le chat choisi soit une femelle porteuse du phénotype « colourpoint » ?
4. Le chat choisi est porteur du phénotyme « colourpoint ». Quelle est la probabilité que ce soit une femelle ?

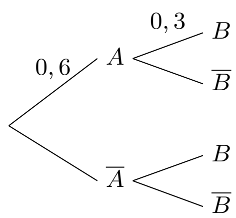
Succession d'épreuves indépendantes

Exercice 5
On lance un dé à six faces bien équilibré et on note le nombre obtenu. On lance ensuite une pièce de monnaie et on note le résultat obtenu. On considère les événements suivants :

- A : « Le nombre obtenu est 2 »
- B : « La pièce est tombée sur Face »

1. Est-on en présence d'une succession d'épreuves indépendantes ? Justifier la réponse.
2. Construire un arbre de probabilités illustrant la situation.

Exercice 6
Une expérience aléatoire constituée d'une succession de deux épreuves indépendantes est représentée par l'arbre de probabilité ci-dessous :



1. Recopier et compléter cet arbre de probabilités.
2. Calculer $P(A \cap B)$.
3. Que vaut $P(B)$? Justifier la réponse.

Exercice 7
Un QCM comporte deux questions. Pour chaque question, quatre réponses sont proposées dont une seule est exacte. Un candidat ne connaissant pas son cours décide de répondre au hasard et de manière indépendante aux questions.

1. Quelle est la probabilité de répondre juste à une question donnée ?
2. On note S l'événement « L'élève répond correctement à une question ». Construire un arbre de probabilités représentant cette succession d'épreuves indépendantes.
3. (a) Calculer la probabilité d'obtenir les deux réponses exactes.
   (b) Calculer la probabilité d'obtenir deux réponses inexactes.
   (c) Calculer la probabilité d'obtenir exactement une réponse exacte sur les deux questions.

Exercice 8
Une étude menée à un péage autoroutier montre qu'un automobiliste sur cinq dispose d'un badge automatique. Trois véhicules indépendants se présentent successivement à une même borne. On note B_i l'événement « Le conducteur du véhicule n°i dispose d'un badge automatique ».

1. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilités pour que les trois conducteurs possèdent un badge automatique.
3. On considère l'événement E : « Au moins un des trois conducteurs dispose d'un badge automatique ».
   (a) Décrire par une phrase l'événement $\overline{E}$ puis calculer sa probabilité.
   (b) En déduire $P(E)$.