Suites géométriques

Exercice 1

1. Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison $q = 5$.
   (a) Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
   (b) Calculer u_2.
2. Soit (v_n) la suite géométrique de premier terme $v_0 = 25$ et de raison $q = 0,4$.
   (a) Exprimer v_{n+1} en fonction de v_n.
   (b) Calculer v_2.

Exercice 2

Soit (u_n) la suite géométrique de raison 3 telle que $u_3 = 9$.

1. Calculer u_4.
2. Calculer u_2.

Exercice 3

Voici les premiers termes d'une suite (u_n).

n	0	1	2	3	4
u_n	32	8	2	$0,5$	$0,25$

Est-il possible que cette suite soit géométrique ? Justifier avec des calculs.

Exercice 4

On considère une suite (u_n) dont on donne ci-dessous les premiers termes :

$u_0 = 8$, $u_1 = 12$, $u_2 = 18$, $u_4 = 30$

Montrer que cette suite n'est pas géométrique.

Exercice 5

Pour compenser l'inflation, Xavier voit son salaire augmenter de 4% chaque année. En 2025, son salaire est de 1770€. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note u_n le salaire de Xavier en 2025+n.

1. Donner u_0 puis calculer u_1.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.

Exercice 6

Dans chaque cas, dire si la situation peut être modélisée par une suite géométrique. Lorsque c'est le cas, en donner sa raison.

1. Le nombre d'employés d'une entreprise augmente chaque année de 5%.
2. Laisser à l'air libre des micro-organismes diminue leur population de moitié chaque heure.
3. Allan décide de mettre de l'argent de côté sur un compte. Tant qu'il n'y touche pas, il gagnera chaque année 10% du montant initialement déposé (intérêts simples).
4. Pendant le dégel, l'épaisseur de glace sur un lac diminue de 1cm tous les deux jours.
5. On joue à « Pile ou Face » avec une pièce bien équilibrée. On s'intéresse à la probabilité de n'obtenir que des résultats « Face » aux n lancers réalisés.

Exercice 7

1. Soit (u_n) la suite géométrique telle que $u_0 = 4$ et $u_1 = 5$. Déterminer la raison de cette suite.
2. Soit (v_n) la suite géométrique telle que $v_3 = 12$ et $v_4 = 9$. Déterminer la raison de cette suite.

Exercice 8

On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def suite(n):
        u = 0.8
        for i in range(0,n):
            u = u*2
        return u
```

1. Quelle valeur renverra l'appel de `suite(4)` ?
2. Définir (u_n) une suite géométrique associée à ce programme.

Exercice 9

On considère la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 1000$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 1,5u_n$.

1. L'algorithme incomplet ci-dessous permet de déterminer à partir de quelle valeur de n le terme u_n est supérieur à 10000. Recopier et compléter cet algorithme.

```
v = 1000
n = 0
while ... :
    v =
    n =
print(...)
```

2. Déterminer la valeur qui sera affichée après exécution de cet algorithme.

Terme général d'une suite géométrique

Exercice 10

Soit (u_n) une suite géométrique de raison 2 et de premier terme $u_0 = 5$.

1. Préciser la relation de récurrence permettant de définir la suite (u_n).
2. Donner, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'expression de u_n en fonction de n.
3. Calculer u_1 et u_{10}.

Exercice 11

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 100$ telle que $u_1 = 70$.

1. Déterminer la raison de cette suite.
2. Exprimer u_n en fonction de n.
3. Calculer u_8. Arrondir le résultat à 10^{-2} près.

Exercice 12

Soit (v_n) la suite géométrique de raison $q = 0,3$ et de premier terme $v_1 = 17$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (v_n).
2. Calculer v_7.

Exercice 13

Un collectionneur estime que la valeur de sa collection augmente de 2% chaque année. En 2025, sa collection est estimée à une valeur de $55\,000$€. Pour tout entier naturel n, on note u_n la valeur estimée de sa collection en 2025+n.

1. Donner u_0 et calculer u_1.
2. Justifier que la suite (u_n) est une suite géométrique. Préciser sa raison.
3. Donner, pour tout $n \in \mathbb{N}$, une expression de u_n en fonction de n.
4. Déterminer la valeur estimée de la collection en 2032. Arrondir à l'euro près.

Exercice 14

On considère la suite géométrique (u_n) de premier terme $u_0 = 5$ et de raison 3 ainsi que la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 7 \times 2^n$. On donne aussi la feuille de calcul suivante associée à ces deux suites :

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	5	7
3	1		
4	2		
5	3		
6	4		

1. La suite (v_n) est-elle une suite géométrique ? Justifier.
2. Parmi les formules suivantes, choisir celles qui, inscrites dans la cellule B3, permettent de compléter la colonne B par recopie vers le bas :
   (a) `=3*B2` (b) `=3*B3` (c) `=5*B2` (d) `=4*3^A2`
3. Parmi les formules suivantes, choisir celles qui, inscrites dans la cellule C3, permettent de compléter la colonne C par recopie vers le bas :
   (a) `=2*7^A3` (b) `=7*2^A3` (c) `=7*C2` (d) `=2*C2`

Exercice 15
Une retenue d'eau artificielle est alimentée par une rivière dont le débit diminue de 20% d'un jour sur l'autre à cause de la chaleur. Pour la journée du 1er juin, le débit est de 300m^3 par jour. On note d_n le débit de la rivière le n-ème jour de juin. On a donc $d_1 = 300$.

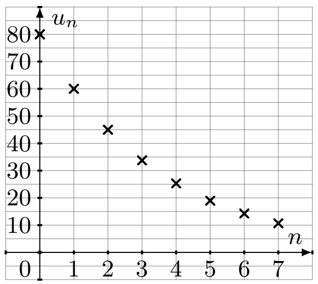
1. Exprimer d_{n+1} en fonction de d_n. Quelle est la nature de la suite (d_n) ?
2. Déterminer l'expression du terme général d_n de cette suite en fonction de n.
3. En déduire le débit de la rivière le 13 juin.
4. Déterminer au bout de combien de temps le débit sera réduit à moins de 10m^3 par jour.

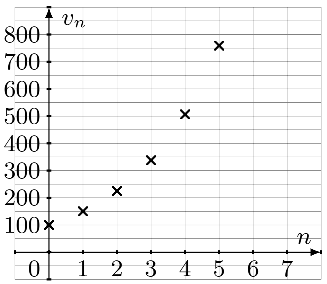
Représentation graphique

Exercice 16
On considère la suite (u_n) de premier terme $u_0 = 10$ et de raison $q = 1,5$. Représenter les six premiers termes de cette suite dans un repère en prenant 1cm par unité en abscisse et pour 10 unités en ordonnée.

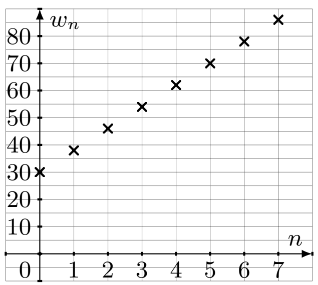
Exercice 17

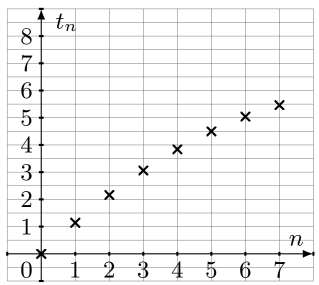
1. On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux suites géométriques (u_n) et (v_n). Pour chacune des suites, déterminer son premier terme ainsi que sa raison.



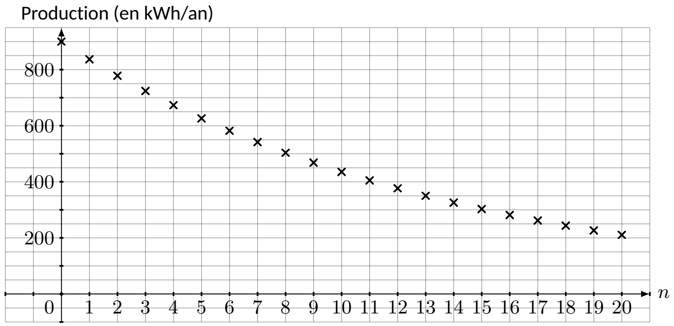


2. On donne ci-dessous les représentations graphiques de deux suites (w_n) et (t_n). Expliquer pourquoi ces graphiques ne peuvent pas représenter les termes d'une suite géométrique.





Exercice 18
En 2020, une propriétaire a installé sur le toit de sa maison des panneaux photovoltaïques produisant environ 900 kWh/an. Le fabriquant l'a informée que, du fait de l'usure, son installation allait subir des pertes de rendement d'environ 7% par an. Afin de l'aide à se projeter, il lui a fourni le graphique ci-dessous représentant la production p_n de l'année 2020+n pour n allant de 0 à 20.



1. De quelle allure est le nuage de points représentant la suite (p_n) ? Justifier.
2. À combien de kWh/an s'élevait la production en 2023 ?
3. Déterminer à partir de quelle année la production sera inférieure à 600 kWh/an.
4. Déterminer à partir de quelle année la production sera réduite de moitié.

Sens de variation

Exercice 19
Soit (u_n) la suite géométrique de raison $0,4$ telle que $u_0 = 5$.

1. Quel est le sens de variation de cette suite ? Justifier.
2. Comparer u_3 et u_4 sans faire de calcul.
3. Retrouver le résultat précédent à l'aide d'un calcul.

Exercice 20
Déterminer le sens de variation des suites suivantes en justifiant la réponse :

1. $u_0 = 0,2$ et $u_{n+1} = 5u_n$
2. $v_0 = 5$ et $v_{n+1} = 0,2v_n$
3. $w_0 = 7$ et $w_{n+1} = \frac{2}{3}w_n$
4. $t_0 = 4$ et $t_{n+1} = t_n$

Exercice 21
Dans une forêt française, le nombre d'écureuils roux peut être modélisé à l'aide d'une suite géométrique (u_n) où u_n représente le nombre d'écureuils en 2024+n. En 2024, il y avait $12\,000$ écureuils et, en 2025, il y en avait $10\,320$.

1. Donner u_0 et u_1.
2. Déterminer la raison de la suite (u_n).
3. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) puis interpréter ce résultat.

Problèmes de seuil

Exercice 22
On estime qu'un club de cyclisme voit son nombre d'adhérents augmenter de 12% chaque année. En 2024, ce club comptait 50 membres. Pour tout $n \in \mathbb{N}$, on note a_n le nombre estimé d'adhérents au club de cyclisme pour l'année 2023+n.

1. Donner a_0.
2. Calculer a_1 et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
3. Exprimer a_{n+1} en fonction de a_n. Quelle est la nature de cette suite ?
4. Donner, pour tout $n \in \mathbb{N}$, une expression de a_n en fonction de n.
5. Calculer le nombre estimé d'adhérents en 2028.
6. À partir de quelle année ce club devrait-il compter plus de 100 adhérents ?

Exercice 23
En 2025, une personne a acheté un smartphone au prix de $1\,400$€. Ce smartphone perd 20% de sa valeur tous les ans. En notant p_n le prix en euros de ce smartphone l'année 2025+n, déterminer à partir de quelle année ce smartphone aura une valeur inférieure à 400€.