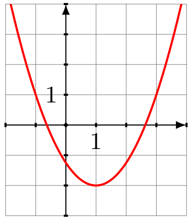
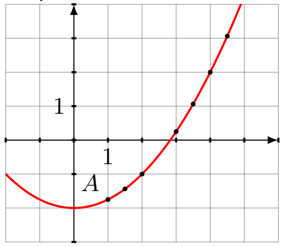
Sécantes et tangentes

Exercice 1
On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



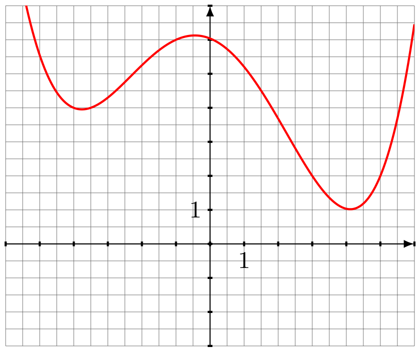
1. Tracer la sécante à la courbe de f passant par les points A et B de la courbe d'abscisses respectives -1 et 1.
2. Déterminer le coefficient directeur de la droite (AB).
3. En déduire le taux d'accroissement de la fonction f entre -1 et 1.

Exercice 2
On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Le point A est un point de la courbe.



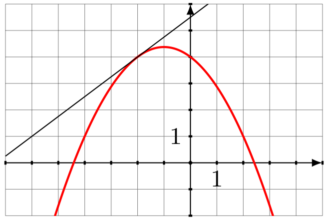
1. Tracer les différentes sécantes passant par le point A et les points donnés sur la courbe de f.
2. Que remarque-t-on ?

Exercice 3
On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$.



On admet que la tangente au point d'abscisse 3 existe et que son coefficient directeur est égal à $-1,5$. Tracer cette tangente sur la figure.

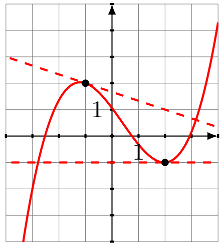
Exercice 4
On donne ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. On a représenté la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse -2.



1. Déterminer le coefficient directeur de la tangente T.
2. Déterminer l'équation réduite de T.

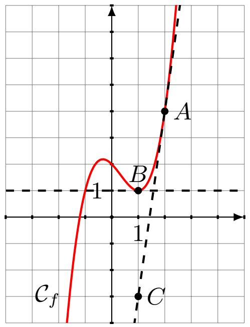
Nombre dérivé

Exercice 5
Dans un repère orthonormé, on considère la courbe $\mathcal{C}$ d'une fonction f ainsi que les tangentes à la courbe en -1 et en 2.



Déterminer graphiquement les nombres dérivés $f'(-1)$ et $f'(2)$.

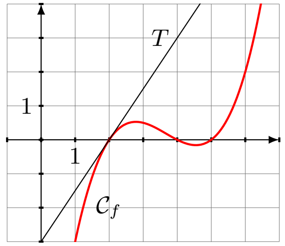
Exercice 6
On donne ci-dessous la représentation graphique d'une fonction f.



Elle passe par les points $A(2;4)$ et $B(1;1)$. Au point A, elle admet une tangente qui passe par le point $C(1;-3)$. Au point B, la tangente est parallèle à l'axe des abscisses. Pour chaque affirmation, dire si elle est vraie ou fausse en justifiant la réponse :

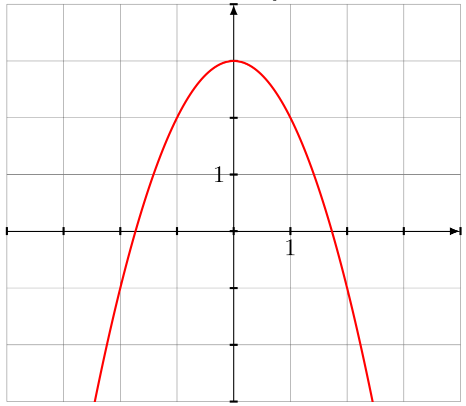
(a) $f'(2) > 0$ (b) $f'(2) = 4$ (c) $f'(1) = 0$ (d) $f'(0) < 0$

Exercice 7
On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2.



1. Déterminer $f'(2)$.
2. Par lecture graphique, déterminer le nombre de valeurs de a pour lesquelles $f'(a) = 0$. Justifier la réponse.

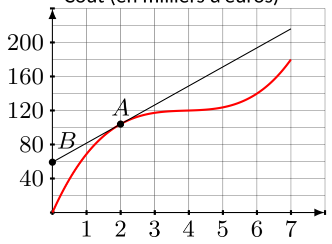
Exercice 8
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 3$. On donne ci-dessous la courbe représentative de f.



On admet que $f'(-2) = 4$, $f'(1) = -2$ et $f'(0) = 0$. Tracer les tangentes à la courbe de f aux points d'abscisses -2, 1 et 0.

Exercice 9

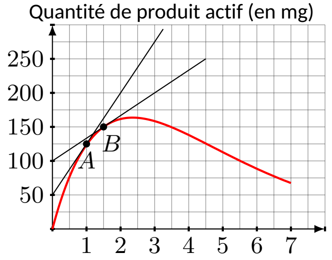
Une entreprise produit du safran, une épice de grande qualité. Le coût total de production (en milliers d'euros) est modélisé par une fonction C dont la courbe représentative est donnée ci-dessous. La tangente T à cette courbe au point $A(2;104)$ passe par le point $B(0;60)$.



1. Combien coûte la production de 4 kilogrammes de safran ?
2. On appelle coût marginal pour la fabrication de 2 kilogramme de safran le coût engendré par la production du 3-ème kilogramme de safran. Une valeur approchée de ce coût marginal est donnée par le nombre dérivé de la fonction C en 2. Déterminer une valeur approchée du coût marginal pour la fabrication de 2 kilogrammes de safran.

Exercice 10

Un médicament antalgique est administré par voie orale. La quantité du produit actif dans le sang est modélisée par une fonction f qui, au temps écoulé t (en heures), associe la quantité $f(t)$ en milligrammes. On a représenté ci-dessous la courbe représentative de f ainsi que ses tangentes aux points A et B d'abscisses respectives 1 et $1,5$.



La vitesse instantanée d'évolution de la quantité de médicament dnas le sang à l'instant t est égale au nombre dérivé $f'(t)$.

1. Sans faire de calcul, la vitesse d'évolution du médicament est-elle plus élevée au bout d'une heure ou au bout d'une heure et demie ? Justifier.
2. Calculer $f'(1)$ et interpréter le résultat.
3. Déterminer la vitesse instantanée d'évolution du médicament à l'instant $t = 1,5$h.

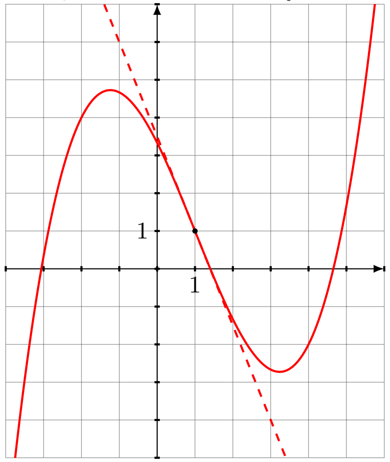
Équation d'une tangente

Exercice 11

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f(3) = 1$ et $f'(3) = 5$. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 3.

Exercice 12

On a tracé ci-dessous la courbe représentative d'une fonction g définie sur $\mathbb{R}$ ainsi que la tangente T à la courbe de f au point d'abscisse 1.



1. (a) Déterminer graphiquement le coefficient directeur de la droite T.
   (b) En déduire $f'(1)$.
2. (a) Déterminer $f(1)$.
   (b) En déduire une équation de la tangente T.

Exercice 13

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 3x + 1$. À l'aide d'un calculatrice, on a pu déterminer que $f'(-2) = -7$. Déterminer une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse -2.

Exercice 14

f est une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que $f'(2) = 5$ et $f(2) = 3$. Un élève affirme que la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 2 a pour équation $y = 5x + 3$. A-t-il raison ? Justifier.

Exercice 15

Le viaduc de Millau, conçu par l'architecte britannique Lord Norman Foster, franchit la vallée du Tarn avec, au point le plus haut, une hauteur de 343 mètres. On lâche une pierre de ce point à l'instant $t = 0$. Après t secondes, la distance parcourue par la pierre est donnée, en mètres, par $d(t) = 5t^2$.

1. Au bout de 8 secondes, la pierre touche-t-elle le sol ?
2. À l'aide d'un logiciel de calcul formel, on obtient qu'une équation de la tangente à la courbe de la fonction d au point d'abscisse 8 est $y = 64x - 256$. En déduire la vitesse instantanée de la pierre au bout de 8 secondes.
3. Au bout de combien de temps la pierre touchera la sol ? Arrondir le résultat au dixième de seconde.