Sécantes et tangentes à une courbe

1. (a) Ouvrir un navigateur et se rendre sur le site : `geogebra.org/classic`.
   (b) Tracer la courbe de la fonction carré en tapant `f(x) = x`^{2} dans la barre de saisie.
   (c) Placer le point A qui est le point de la courbe d'abscisse 1. Pour cela, taper `A = (1,f(1))` dans la barre de saisie.
   (d) Zoomer de plus en plus autour du point A. Quelle semble être l'apparence de la courbe localement autour du point A ?
   (e) Revenir au zoom initial en faisant un clic droit quelque part sur la figure et en sélectionnant `Affichage standard`.
2. **Sécantes.**
   (a) Cliquer sur l'icône permettant de créer un point et placer un point quelque part sur la courbe de f. Ce point sera nommé B.
   (b) Cliquer sur l'icône permettant de tracer une droite puis tracer la droite passant par A et B. Cliquer ensuite sur l'icône représentant un curseur puis déplacer librement le point B sur la courbe.
   Une droite passant par deux points A et B d'une courbe s'appelle une **sécante** à cette courbe.
   (c) Dans la barre de saisie, taper `(y(B)-y(A))/(x(B)-x(A))`. Que représente le nombre affiché ?
3. **Tangentes.** On cherche à savoir ce que deviennent les sécantes lorsque le point B se rapproche du point A.
   (a) Sélectionner le point B et le faire se rapprocher du point A. Zoomer à chaque fois autour du point A de façon à pouvoir mettre le point B de plus en plus proche du point A.
   (b) Que peut-on dire de la droite (AB) et de la courbe de la fonction f lorsque le point B est très proche du point A ?
   (c) Que devient le coefficient directeur de la droite (AB) ?
   (d) Revenir au zoom initial en faisant un clic droit quelque part sur la figure et en sélectionnant `Affichage standard`. Observer la droite (AB).
   La droite obtenue lorsque le point B s'approche de plus en plus du point A s'appelle la **tangente** à la courbe au point A d'abscisse 1.
   Son coefficient directeur s'appelle le **nombre dérivé** de f en 1.

Variation instantanée — Activité

Nombre dérivé et vitesse instantanée

On lâche une balle de tennis au-dessus du sol et on la filme pour mesurer la distance qu'elle parcourt en fonction du temps. Le tableau ci-dessous donne la distance $d(t)$ parcourue par la balle (en mètre) au bout du temps t (en seconde) :

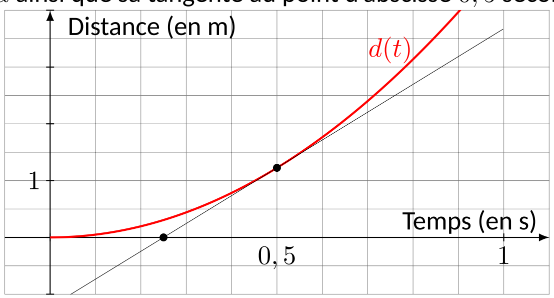
t	$0,4$	$0,41$	$0,42$	$0,43$	$0,44$	$0,45$	$0,46$	$0,47$	$0,48$	$0,49$	$0,5$
$d(t)$	$0,78$	$0,82$	$0,86$	$0,91$	$0,95$	$0,99$	$1,04$	$1,08$	$1,13$	$1,18$	$1,23$

1. Quel distance la balle a-t-elle parcouru entre $0,4$s et $0,5$s ?
2. Calculer la vitesse moyenne de la balle entre $0,4$s et $0,5$s.

On a mesuré plus précisément les distances parcourues. À l'aide d'un tableur, on a calculé la vitesse moyenne entre différent instants t et $0,5$s.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
1	t	0,4	0,41	0,42	0,43	0,44	0,45	0,46	0,47	0,48	0,49	0,495	0,499	0,5
2	$d(t)$	0,784	0,824	0,864	0,906	0,949	0,992	1,037	1,082	1,129	1,176	1,201	1,220	1,225
3	Vitesse entre t et $0,6$s	4,41	4,459	4,508	4,557	4,606	4,655	4,704	4,753	4,802	4,851	4,8755	4,8951	

3. (a) Quelle formule a-t-on pu saisir dans la cellule B3 pour obtenir la valeur de cette cellule ?
   (b) À environ quelle vitesse la balle tombait à $t = 0,5$s ?
   Cette valeur limite s'appelle la **vitesse instantanée** de la balle.
4. On admet que la fonction d est définie par $d(t) = 4,9t^2$. On a tracé ci-dessous la courbe représentative de d ainsi que sa tangente au point d'abscisse $0,5$ secondes.



Calculer le coefficient directeur de cette tangente qu'on appelle le **nombre dérivé** de d en $0,5$ secondes. On pourra remarquer que le point $B(0,25;0)$ est situé sur cette droite.

La vitesse instantanée à $t = 0,5$s de la balle est donc le nombre dérivé de la position de la balle à cet instant.