

Fréquences marginales et conditionnelles

Exercice 1

Voici la répartition des élèves des classes de Première et de Terminale d'un lycée selon leur langue vivante favorite :

| | Première | Terminale | Total |
|----------|----------|-----------|-------|
| Anglais | 109 | 165 | 264 |
| Espagnol | 188 | 208 | 396 |
| Total | 297 | 363 | 660 |

1. Calculer la fréquence marginale des élèves préférant l'anglais.
2. Calculer la fréquence marginale des élèves en Terminale.
3. Calculer la fréquence conditionnelle des élèves préférant l'anglais parmi les élèves de Terminale. Donner le résultat en pourcentage arrondi à 0,1%.
4. Calculer la fréquence conditionnelle des élèves de Première parmi les élèves préférant l'espagnol. Donner le résultat en pourcentage arrondi à 0,1%.

Exercice 2

Un virus touche une partie d'une population. Un test de dépistage est mis en place afin d'isoler les personnes malades. Le tableau ci-dessous donne les premiers résultats du test.

| | Test positif | Test négatif | Total |
|--------|--------------|--------------|--------|
| Malade | 700 | 900 | |
| Sain | 300 | | 8400 |
| Total | | 7200 | 10 000 |

1. Recopier et compléter le tableau.
2. (a) Calculer la fréquence marginale des personnes malades.
(b) Calculer la fréquence marginale des tests positifs
3. (a) Calculer la fréquence conditionnelle des personnes malades parmi les tests positifs.
(b) Calculer la fréquence conditionnelle des tests négatifs parmi les personnes malades
4. On appelle faux positif une personne dépistée comme malade alors qu'elle ne souffre pas de la maladie. On considère que le test est fiable si le taux de faux positifs est de moins de 5%. Ce test est-il fiable?

Exercice 3

Une banque compte 2500 clients.

1. On sait que 42% des clients possèdent un plan épargne logement (PEL). Calculer le nombre de clients de cette banque qui possèdent un PEL.

2. On sait que la fréquence marginale des clients possédant un plan épargne en actions (PEA) est égale à 25%. Vérifier que 625 clients de cette banque possèdent un PEA.

3. La fréquence conditionnelle des clients possédant un PEL parmi ceux possédant un PEA est égale à 52%.

(a) Montrer que 325 clients possèdent à la fois un PEL et un PEA.

(b) Recopier et compléter le tableau suivant :

| | Ayant un PEL | N'ayant pas un PEL | Total |
|--------------------|--------------|--------------------|-------|
| Ayant un PEA | 325 | | |
| N'ayant pas un PEA | | | 2500 |
| Total | | | |

Probabilités conditionnelles

Exercice 4

Dans une association de 200 membres, les activités proposées sont le jeu d'échecs et le jeu de go. Les membres sont classés selon leur tranche d'âge : les « juniors » et les « seniors ». Le tableau croisé d'effectifs croisé suivant donne la répartition des membres dans ce club :

| | Échecs | Go | Total |
|--------|--------|----|-------|
| Junior | 55 | 39 | 94 |
| Sénior | 70 | 36 | 106 |
| Total | 125 | 75 | 200 |

On choisit un joueur au hasard dans cette association. On note J l'événement « Le membre est un junior » et E l'événement « le membre joue aux échecs ».

1. Calculer la probabilité des événements J et E .
2. Traduire par une phrase l'événement $J \cap E$ puis calculer sa probabilité.
3. Calculer de deux façons différentes $P_E(J)$.
4. On sait que le joueur choisi est un junior. Quelle est la probabilité qu'il ne joue pas aux échecs ? Donner le résultat en pourcentage et arrondir à 0,1% près.

Exercice 5

Dans un refuge pour animaux, 75% des animaux sont des chiens (A). On sait que 25% des animaux sont des mâles (B). On sait aussi que 15% des animaux sont des chiens mâles. On choisit un animal au hasard dans ce refuge.

1. Donner $P(A)$ et $P(A \cap B)$.
2. En déduire $P_A(B)$. Interpréter le résultat.
3. On choisit un animal qui est un mâle. Quelle est la probabilité que ce soit un chien ?

Exercice 6

Soit A et B deux événements d'une expérience aléatoire tels que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,7$ et $P(A \cap B) = 0,21$.

1. Recopier et compléter le tableau de probabilités ci-dessous :

| | A | \bar{A} | Total |
|-----------|------|-----------|-------|
| B | 0,21 | | 0,7 |
| \bar{B} | | | |
| Total | 0,3 | | |

2. Calculer $P_A(B)$.

3. Calculer la probabilité que l'événement A se réalise sachant que B n'est pas réalisé.

Exercice 7

26% des étudiants français suivent leurs études en Île-de-France. Les autres suivent leurs études en province. Parmi les étudiants d'Île-de-France, 51% sont inscrits à l'université alors que 62% des étudiants de province sont inscrits dans une université.

On choisit un étudiant français au hasard et on note :

- A l'événement « L'étudiant choisi est inscrit en Île-de-France »
 - B l'événement « L'étudiant choisi est inscrit dans une université »
1. Donner $P_A(B)$.
 2. Calculer $P(A \cap B)$ et interpréter le résultat.
 3. Calculer la probabilité que l'étudiant choisi soit inscrit dans une université de province.

Exercice 8

Une compagnie d'assurance a remarqué qu'un quart de ses clients a assuré son véhicule « au tiers » et les autres ont la formule « tous risques ». Parmi ceux assurés « au tiers », seuls 15% ont pris l'option « assistance 0km » tandis que parmi ceux qui sont assurés « tous risques », 45% ont pris l'option. On choisit un client au hasard et on considère les événements suivants :

- A : « Le client choisit a assuré son véhicule au tiers »
- O : « Le client choisit a pris l'option »

1. Donner $P(A)$, $P_A(O)$ et $P_{\bar{A}}(O)$.
2. Calculer $P(A \cap O)$ et $P(\bar{A} \cap O)$.
3. Recopier et compléter le tableau suivant :

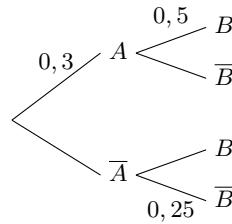
| | A | \bar{A} | Total |
|-----------|-----|-----------|-------|
| O | | | |
| \bar{O} | | | |
| Total | | | |

2. En déduire la probabilité qu'un client choisi au hasard ait pris l'option.

Arbres de probabilités

Exercice 9

Voici un arbre de probabilités incomplet :



1. Compléter l'arbre.

2. Donner $P(\bar{A})$, $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$.

3. Calculer $P(A \cap B)$ et $P(\bar{A} \cap B)$.

Exercice 10

Dans un centre équestre, 25% des adhérents pratiquent le tir à l'arc à cheval et les autres adhérents pratiquent une autre activité proposée. Parmi les adhérents qui pratiquent le tir à l'arc à cheval, 95% le pratiquent en compétition. Parmi ceux qui pratiquent une autre activité que le tir à l'arc à cheval, 80% la pratiquent en compétition. On interroge au hasard un adhérent et on considère les événements suivants :

- T : « L'adhérent pratique le tir à l'arc à cheval »
- C : « L'adhérent pratique son activité en compétition »

1. Construire un arbre de probabilités traduisant la situation.

2. Calculer la probabilité qu'une personne interrogée au hasard pratique le tir à l'arc à cheval en compétition.

Exercice 11

Sur les 250 clients d'une entreprise, 150 sont des clients réguliers, les autres sont des clients occasionnels. Parmi les clients réguliers, 36 ont réglé leur facture en espèces. Parmi les clients occasionnels, 25 ont réglé leur facture en espèces. On choisit au hasard la fiche d'un des clients et on considère les événements suivants :

- R : « Le client choisi est un client régulier »
- O : « Le client choisi est un client occasionnel »
- E : « Le client choisi a réglé sa facture en espèces »

1. Déterminer $P(R)$, $P_R(E)$ et $P_O(E)$.

2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

3. Calculer la probabilité que la fiche choisie soit celle d'un client particulier qui a payé en espèces.

Exercice 12

Parmi les élèves d'un lycée, 80% regardent principalement des séries, les autres regardent principalement des films. De plus, 40% des élèves regardant des films préfèrent les regarder en version originale contre 30% pour les élèves regardant des séries. On interroge un élève au hasard et on considère les événements suivants :

- S : « L'élève interrogé regarde principalement des séries »
 - O : « L'élève interrogé regarde son programme en version originale »
1. Donner les probabilités $P(S)$, $P_S(O)$ et $P_{\bar{S}}(O)$.
 2. Représenter la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.
 3. Calculer $P(S \cap O)$ et interpréter le résultat dans le contexte de l'énoncé.
 4. Dans ce lycée, 32% des élèves regardent leurs programmes en version originale. Calculer $P_O(S)$.

Exercice 13

Un laboratoire pharmaceutique met au point un test pour dépister une maladie. Une étude sur un échantillon de personnes montre que le test est positif dans 4% des cas et que 7% des personnes ayant un test positif ne sont en fait pas malades (on parle de « faux positif »). On apprend aussi que 93,12% des personnes testées ont un test négatif et ne sont pas malades. On choisit au hasard une personne testée et on considère les événements :

- T : « Le test est positif »
 - M : « La personne est malade »
1. Construire un arbre pondéré décrivant la situation. L'arbre sera complété au fur et à mesure de l'exercice.
 2. (a) Calculer la probabilité que la personne ne soit pas malade sachant que son test est négatif.
(b) En déduire la probabilité que la personne soit malade sachant que son test est négatif (on parle alors de « faux négatif »).
 3. (a) Quels sont les cas dans lesquels le test commet une erreur ?
(b) Calculer la probabilité que le test commette une erreur.