Définition d'une suite

Exercice 1
On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 6$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = 3u_n + 5$.

1. De quelle manière cette suite est-elle définie ?
2. Calculer u_1 et u_2.
3. Calculer le quatrième terme de cette suite.

Exercice 2
Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 5n^2 - 4$.

1. De quelle façon cette suite est-elle définie ?
2. Calculer u_0, u_1 et u_2.
3. Calculer u_6.

Exercice 3
Avec des jetons, on construit une succession de figures :

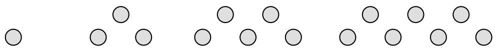


Figure 0 Figure 1 Figure 2 Figure 3 Figure 4

On note u_n le nombre de jetons à la figure n.

1. Que vaut u_0 ?
2. Donner une relation de récurrence vérifiée par la suite (u_n) c'est-à-dire exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

Exercice 4
Soit (u_n) et (v_n) les suites définies sur $\mathbb{N}$ par

$$u_n = 3n + 1 \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = 2v_n + 1 \end{cases}$$

1. Calculer u_2 puis calculer v_2.
2. On souhaite utiliser la feuille de calcul suivante pour calculer les termes de ces deux suites :

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	1	1
3	1		

   (a) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule B3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les termes de la suite (u_n) ?
   (b) Quelle formule peut-on saisir dans la cellule C3 pour obtenir, par recopie vers le bas, les termes de la suite (v_n) ?

Suites arithmétiques

Exercice 5
Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 5$ et de raison $r = 3$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.

Exercice 6
Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_0 = 9$ et de raison $r = -2$.

1. Donner la relation de récurrence vérifiée par la suite (v_n).
2. Calculer v_3.

Exercice 7
Soit (u_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 + 2$.

1. Calculer u_0, u_1 et u_2.
2. Montrer que la suite (u_n) n'est pas une suite arithmétique.

Exercice 8
Dans une feuille de calcul, on a obtenu les premiers termes de deux suites (u_n) et (v_n) :

	A	B	C
1	n	u_n	v_n
2	0	90	90
3	1	60	30
4	2	30	10
5	3	0	3,33
6	4	-30	1,11
7	5	-60	0,37

1. Montrer qu'une de ces deux suites n'est pas arithmétique.
2. L'autre suite est-elle susceptible de représenter une suite arithmétique ? Justifier la réponse.
3. Conjecturer la raison de cette suite.
4. Donner la formule qui a pu être saisie dans la ligne 3 de la colonne de cette suite arithmétique puis étirée vers le bas pour obtenir ses termes.
5. Quelle valeur pourra-t-on trouver dans la cellule B8 ?

Exercice 9
On considère la suite arithmétique de raison $r = 3$. On sait que $u_3 = -4$.

1. Calculer u_5.
2. Déterminer u_0.
3. On donne le programme suivant écrit en langage Python :

```
def mystere(n):
    u = -13
    for k in range(0,n):
        u = u + 3
    return n
```

   (a) Que va renvoyer l'appel de `mystere(3)` ?
   (b) Quel est le rôle de cet algorithme ?

Exercice 10
On donne ci-dessous les premiers termes de deux suites arithmétiques. Dans chaque cas, déterminer la raison de ces suites :
(a) $0,2 ; -0,2 ; -0,6 ; -1 ; \dots$ (b) $\frac{3}{5} ; 1 ; \frac{7}{5} ; \frac{9}{5} ; \dots$

Exercice 11
Les situations ci-dessous peuvent-elle être modélisées par une suite arithmétique ? Si oui, en déterminer la raison et le premier terme.

1. Le prix d'un produit augmente de 2% par an. Son prix initial était de $2,15$.
2. Pendant les premiers jours d'une épidémie, le nombre de patients qui se rendent dans un cabinet médical augmente quotidiennement de 10 patients. Le premier jour, le cabinet reçoit 35 patients.
3. Un magasin de vêtements fait une promotion sur des t-shirts : le premier acheté est au prix de 12€ et les suivants au prix de 8€ chacun.
4. Le prix d'une action en bourse diminue de 40 centimes chaque année. Son prix lors de son introduction en bourse était de $43,14$€.

Exercice 12
La gare de départ d'un téléphérique est à 500m d'altitude. On considère que le téléphérique progresse à vitesse constante, son altitude s'élevant de 50m par minute. On note u_0 l'altitude initiale du téléphérique, et pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_n l'altitude du téléphérique au bout de n minutes.

1. Donner u_0. Calculer u_1 et interpréter le résultat.
2. Établir une relation de récurrence, c'est-à-dire, exprimer, pour tout $n \in \mathbb{N}$, u_{n+1} en fonction de u_n.
3. En déduire que la suite (u_n) est arithmétique et préciser sa raison.
4. L'ascension du téléphérique dure exactement 5 minutes. Quelle est l'altitude de la gare d'arrivée ?

Terme général d'une suite arithmétique

Exercice 13
Soit (u_n) la suite arithmétique de raison $r = 4$ et de premier terme $u_0 = 10$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Donner l'expression de u_n en fonction de n.
3. En déduire la valeur de u_{20}.

Exercice 14
On considère la suite (v_n) définie par $v_0 = 15$ et, pour tout entier naturel n, $v_{n+1} = v_n - 3$.

1. Quelle est la nature de la suite (v_n) ?
2. En déduire l'expression de v_n en fonction de n pour tout entier naturel n.
3. Calculer v_9.

Exercice 15
Soit (v_n) la suite arithmétique de premier terme $v_1 = -3$ et de raison $r = 2,6$.

1. Calculer v_2 et v_3.
2. Montrer que pour tout entier naturel n, $v_n = -5,6 + 2,6n$.

Exercice 16
Une suite arithmétique (u_n) est définie de manière explicite par $u_n = 5 + 3n$ pour tout entier naturel n.

1. Quelle est la raison de cette suite ?
2. Quel est son premier terme ?
3. Déterminer le plus petit entier naturel n à partir duquel $u_n \geqslant 32$.

Exercice 17
Soit (u_n) la suite arithmétique de raison r telle que $u_0 = -4$ et $u_5 = 11$.

1. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).
2. En déduire que $u_5 = -4 + 5r$.
3. Déterminer la raison de cette suite.

Exercice 18
Léo dépose 1000€ sur un compte bancaire non rémunéré au mois de janvier 2025. Pius, à partir du mois de février, il dépose 115€ sur ce compte tous les premiers de chaque mois. On note u_0 la somme initiale déposée et, pour tout entier naturel n, on note u_n le montant sur le compte bancaire de Léo après n dépôts sur son compte.

1. Donner u_0 puis calculer u_1. Quel montant Léo aura-t-il sur son compte le 2 février 2025 ?
2. Exprimer, pour tout entier naturel n, u_{n+1} en fonction de u_n puis en déduire la nature de la suite (u_n).
3. L'algorithme incomplet ci-dessous doit permettre à Léo de connaître le nombre de mois qu'il faudrait attendre pour qu'il ait au moins 1600€ sur son compte.

```
u = 1000
    n = 0
    while u < ... :
        u = ...
        n = ...
    print(n)
```

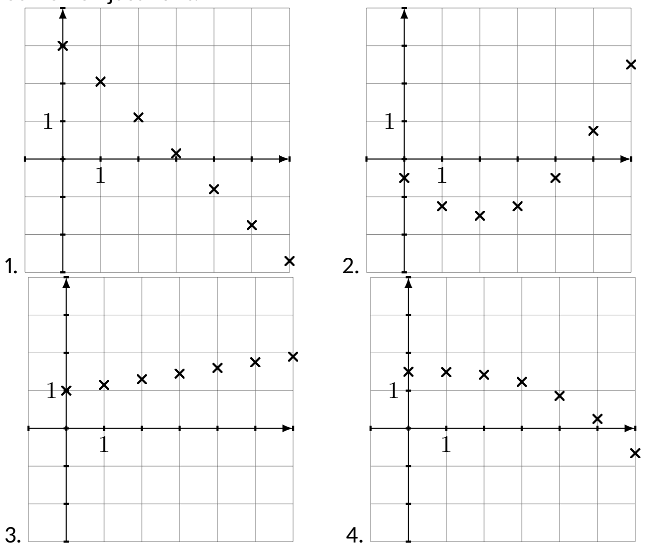
   Compléter cet algorithme puis déterminer la valeur qu'il affichera après exécution.
4. (a) Exprimer u_n en fonction de n.
   (b) Retrouver le résultat trouvé à la question 3. en résolvant une inéquation

Représentation graphique

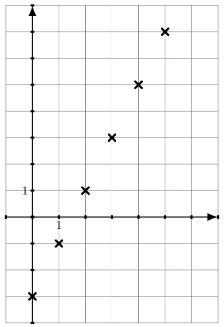
Exercice 19
Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = -1$ et de raison $r = 0,5$.

1. Calculer u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de cette suite dans un repère.

Exercice 20
Chaque graphique ci-dessous représente les premiers termes d'une suite. Dans chaque cas, préciser si cette suite peut être arithmétique ou non en justifiant.



Exercice 21
On considère une suite arithmétique (u_n) dont on donne la représentation graphique ci-dessous :



1. Par lecture graphique, déterminer u_0 ainsi que la raison r de cette suite.
2. En déduire l'expression du terme général de cette suite.

Exercice 22
On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 8$.

1. Tracer dans un repère la courbe représentative de la fonction f.
2. Soit (u_n) la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 8$ et de raison $r = -2$. Sans calculer les termes de la suite, représenter cette suite dans le repère précédent.

Sens de variation

Exercice 23
Soit (u_n) la suite arithmétique telle que $u_0 = 5$ et $u_1 = 9$.

1. Déterminer la raison de la suite (u_n).
2. En déduire le sens de variation de cette suite.

Exercice 24
Soit (v_n) la suite arithmétique définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = -2n + 6$.

1. Calculer v_0, v_1 et v_2.
2. Donner la raison de cette suite.
3. En déduire le sens de variation de la suite (v_n).

Problèmes de seuil

Exercice 25
Au milieu des anneés 1990, le gouvernement a lancé un programme de réintroduction de l'ours dans les Pyrénées. En 2025, cette population d'ours comptait 90 individus et on prévoit une augmentation constante de 6 individus par an. On note $u_0 = 70$ et, pour tout entier naturel n, u_n le nombre d'ours prévu en 2025$+n$.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n) ainsi que son sens de variation.
2. Donner l'expression du terme général de la suite (u_n).
3. Résoudre l'inéquation $u_n > 200$.
4. En quelle année l'effectif de cette population d'ours dépassera 200 individus ?

Exercice 26
Erwan lâche une balle du haut d'un escalier d'une hauteur de 3m. Lorsque la balle rebondit, elle perd 20cm à chaque rebond. On note u_n la hauteur (en cm) de la balle au n-ième rebond.

1. Calculer u_1.
2. Déterminer la forme explicite de la suite (u_n).
3. Quelle est la hauteur de la balle au 5 ème rebond ?
4. En résolvant une inéquation, déterminer le premier rebond à partir duquel la hauteur du ballon est inférieure à 5cm.
5. Écrire un programme Python utilisant l'instruction `while` permettant de retrouver cette valeur.