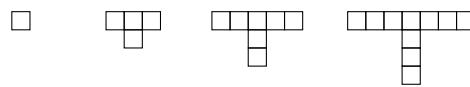


## Notion de suite

On considère un carré de côté 1. À chaque étape, on ajoute des carrés identiques comme indiqué sur les figures ci-dessous :



Étape 0   Étape 1   Étape 2   Étape 3

On s'intéresse alors au nombre de carrés à chaque étape.

- Recopier et compléter le tableau suivant :

| Étape n°         | 0 | 1 | 2 | 3 |
|------------------|---|---|---|---|
| Nombre de carrés |   |   |   |   |

- Avec le tableau précédent, on définit une fonction  $u$  dont l'ensemble de définition est l'ensemble des entiers naturels  $\mathbb{N}$  et qui, à tout entier naturel  $n$ , associe le nombre de carrés à l'étape  $n$ . La fonction  $u$  est ce qu'on appelle une **suite**. Le nombre de carrés à l'étape  $n$  se note  $u(n)$  ou plus simplement  $u_n$  et on l'appelle le **terme de rang  $n$** .

- (a) Donner les valeurs de  $u(0)$  et de  $u(1)$  (qu'on peut aussi noter  $u_0$  et  $u_1$ ).
- (b) Combien y aura-t-il de carrés à l'étape 4 ? à l'étape 5 ?
- (c) Comment passe-t-on d'un terme au suivant dans cette suite ?
- (d) En déduire une relation entre  $u(n + 1)$  c'est-à-dire le nombre de carrés à l'étape  $n + 1$  et  $u(n)$  c'est-à-dire le nombre de carrés à l'étape  $n$ .

Cette égalité qui exprime un terme à partir du précédent s'appelle une **relation de récurrence**.

- (a) Conjecturer l'expression du nombre  $u(n)$  de carrés à l'étape  $n$  en fonction de  $n$ .  
Cette expression s'appelle une **formule explicite** de la suite  $u$ .
- (b) Calculer  $u(100)$  et interpréter ce résultat.

## Suites arithmétiques

Un cinéma propose une carte d'abonnement annuel au prix de 40€. Cette carte permet ensuite d'obtenir des places au tarif réduit de 6€ l'unité.

On définit la suite  $(u_n)$  tel que  $u_n$  est égal à la somme déboursée pour l'achat de la carte d'abonnement et de  $n$  places pendant l'année. On a donc  $u_0 = 40$  et  $u_1 = 46$ .

- Calculer les valeurs de  $u_2$  et de  $u_3$ .
- On sait qu'une personne a déboursé la somme de 106€ pour l'achat de la carte et de 11 places de cinéma. En déduire  $u_{12}$ .
- Justifier par une phrase que  $u_{n+1} = u_n + 6$  pour tout entier naturel  $n$ .  
En particulier, chaque terme de la suite  $(u_n)$  s'obtient en ajoutant 6 au terme précédent.  
On dira alors que la suite  $(u_n)$  est une **suite arithmétique** de raison  $r = 6$ .
- Les parents de Natacha lui offrent la carte d'abonnement ; la jeune fille ne paiera donc que les places de cinéma. Quelle somme Natacha déboursera pour
  - (a) 19 places de cinéma ?
  - (b)  $n$  places de cinéma
- En déduire l'expression de la somme totale  $u_n$  déboursée pour  $n$  places de cinéma par une personne payant également la carte d'abonnement.