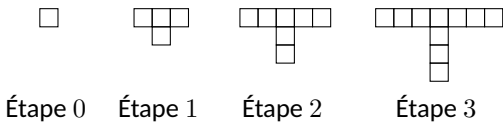


Notion de suite

On considère un carré de côté 1. À chaque étape, on ajoute des carrés identiques comme indiqué sur les figures ci-dessous :



On s'intéresse alors au nombre de carrés à chaque étape.

1. Recopier et compléter le tableau suivant :

Étape n°	0	1	2	3
Nombre de carrés				

2. Avec le tableau précédent, on définit une fonction u dont l'ensemble de définition est l'ensemble des entiers naturels \mathbb{N} et qui, à tout entier naturel n , associe le nombre de carrés à l'étape n . La fonction u est ce qu'on appelle une **suite**. Le nombre de carrés à l'étape n se note $u(n)$ ou plus simplement u_n et on l'appelle le **terme de rang** n .

- (a) Donner les valeurs de $u(0)$ et de $u(1)$ (qu'on peut aussi noter u_0 et u_1).
- (b) Combien y aura-t-il de carrés à l'étape 4 ? à l'étape 5 ?
- (c) Comment passe-t-on d'un terme au suivant dans cette suite ?
- (d) En déduire une relation entre $u(n + 1)$ c'est-à-dire le nombre de carrés à l'étape $n + 1$ et $u(n)$ c'est-à-dire le nombre de carrés à l'étape n . Cette égalité qui exprime un terme à partir du précédent s'appelle une **relation de récurrence**.

3. (a) Conjecturer l'expression du nombre $u(n)$ de carrés à l'étape n en fonction de n . Cette expression s'appelle une **formule explicite** de la suite u .
- (b) Calculer $u(100)$ et interpréter ce résultat.

Suites arithmétiques

Un cinéma propose une carte d'abonnement annuel au prix de 40€. Cette carte permet ensuite d'obtenir des places au tarif réduit de 6€ l'unité.

On définit la suite (u_n) tel que u_n est égal à la somme déboursée pour l'achat de la carte d'abonnement et de n places pendant l'année. On a donc $u_0 = 40$ et $u_1 = 46$.

- Calculer les valeurs de u_2 et de u_3 .
- On sait qu'une personne a déboursé la somme de 106€ pour l'achat de la carte et de 11 places de cinéma. En déduire u_{12} .
- Justifier par une phrase que $u_{n+1} = u_n + 6$ pour tout entier naturel n .
En particulier, chaque terme de la suite (u_n) s'obtient en ajoutant 6 au terme précédent. On dira alors que la suite (u_n) est une suite **arithmétique** de raison $r = 6$.
- Les parents de Natacha lui offrent la carte d'abonnement ; la jeune fille ne paiera donc que les places de cinéma. Quelle somme Natacha déboursera pour
(a) 19 places de cinéma ? (b) n places de cinéma
- En déduire l'expression de la somme totale u_n déboursée pour n places de cinéma par une personne payant également la carte d'abonnement.