Fonctions affines

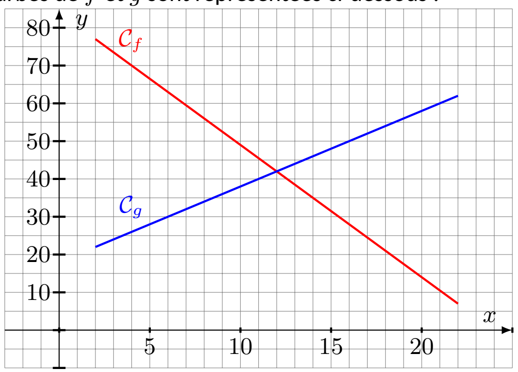
Exercice 1
Les situations ci-dessous peuvent-elles être modélisées par une fonction affine ? Si oui, déterminer une expression de cette fonction.

1. Un particulier loue une voiture : il paye initialement 25€ pour les frais de dossier puis $0,25$€ par kilomètre parcouru.
2. Une population diminue de 5% par an. Elle étant initialement constituée de $2\,14\,000$ personnes.
3. Un commerçant vend des œufs. Il les vend par boites de 6 pour un prix de $1,80$€.

Exercice 2
Représenter graphiquement les fonctions affines suivantes dans un même repère :
1. $f(x) = 5x - 3$ 2. $g(x) = -2x$ 3. $h(x) = 2$

Exercice 3
On considère un produit dont le prix de la tonne est, en euros, noté x.
La demande $f(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les consommateurs sont prêts à acheter au prix de x euros la tonne.
L'offre $g(x)$ est la quantité de ce produit, exprimée en tonnes, que les producteurs sont prêts à vendre au prix de x euros la tonne.
Pour un prix compris entre 2 et 22 euros, on a $f(x) = -3,5x + 84$ et $g(x) = 2x + 18$

1. (a) Calculer $f(5)$ et $g(5)$.
   (b) Que se passe-t-il si le prix de la tonne de ce produit est de 5 euros ?
2. Les courbes de f et g sont représentées ci-dessous :



On appelle prix d'équilibre de ce produit le prix pour lequel l'offre et la demande sont égales.
   (a) Déterminer graphiquement le prix d'équilibre.
   (b) Retrouver le prix d'équilibre à l'aide d'un calcul.
   (c) Quelle est la quantité de produit demandé lorsque le prix fixé est le prix d'équilibre ?

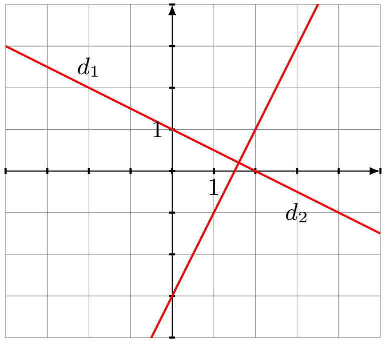
Coefficient directeur

Exercice 4
Soit f la fonction affine telle que $f(-1) = -5$ et $f(3) = 11$.

1. Déterminer le coefficient directeur de la fonction f.
2. En déduire l'expression de $f(x)$ en fonction de x.

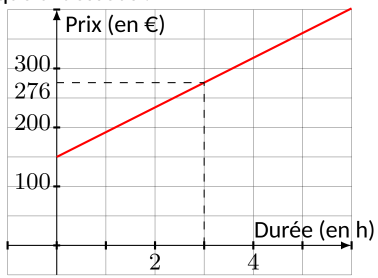
Exercice 5
Dans le graphique ci-dessous,

- la droite d_1 est la courbe représentative d'une fonction affine f
- la droite d_2 est la courbe représentative d'une fonction affine g



Déterminer le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine des fonctions f et g et en déduire les expressions de $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.

Exercice 6
Stéphane est plombier. Pour une intervention simple (d'une durée comprise entre 0 et 4 heures), il facture le déplacement puis une certain tarif par heure de travail. Ses interventions sont facturées selon le graphique ci-dessous :



1. Quel est le coût de son déplacement avant intervention ?
2. Déterminer une expression de $f(t)$ où f est la fonction affine qui, au temps de l'intervention t en heure, associe le prix payé par le client en euro.
3. Quel est le prix payé par le client pour une intervention de 4 heures ?

Sens de variation

Exercice 7
On considère les fonctions affines ci-dessous :

$f(x) = \dfrac{1}{2}x - 1$ $\quad g(x) = -x$ $\quad h(x) = 2 + 0,75x$

$k(x) = -1$ $\quad l(x) = -3(1 - 2x)$ $\quad m(x) = \dfrac{3x+5}{-2}$

Pour chaque fonction, déterminer son sens de variation sur $\mathbb{R}$ en justifiant la réponse.

Exercice 8
Selon une étude de l'INSEE, l'inflation en France sur les prix à la consommation s'élevait à $6,2\%$ entre novembre 2021 et novembre 2022. On note x le prix en euro d'un article dans un supermarché en novembre 2021.

1. Exprimer en fonction de x le prix $p(x)$ de cet article ayant subi cette inflation en novembre 2022.
2. Déterminer le sens de variation de la fonction p. Était-ce prévisible ?
3. Calculer le prix en novembre 2022 d'un article qui coûtait $3,49$€ en novembre 2021.
4. Un article était affiché à $17,99$€ en novembre 2022. Combien coûtait-il un an auparavant ?

Signe d'une fonction affine

Exercice 9
Dresser le tableau de signes sur $\mathbb{R}$ de chacune des fonctions affines ci-dessous :
(a) $f(x) = 3,5x - 7$ (b) $g(x) = -4x + 2$
(c) $h(x) = 5x - 2,5$ (d) $k(x) = -3x + 4$

Exercice 10
Une société d'assurance s'associe avec deux vendeurs en assurances. Elle les rémunère de la façon suivante :

- le vendeur A a un salaire mensuel fixe de 1200€ et gagne 50€ par contrat d'assurance vendu
- le vendeur B a un salaire fixe de 700€ et gagne 120€ par contrat vendu

On note $f(x)$ le salaire du vendeur A où x est le nombre de contrats qu'il vend dans le mois. De la même façon, on note $g(x)$ le salaire du vendeur B lorsqu'il vend x contrats.

1. Exprimer $f(x)$ et $g(x)$ en fonction de x.
2. Déterminer l'expression de $f(x) - g(x)$ puis déterminer son signe.
3. En déduire à partir de combien de contrat de contrats d'assurance vendus le salaire du vendeur B sera supérieur au salaire du vendeur A .

Taux d'accroissement

Exercice 11
Dans chaque cas, déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre les valeurs données :

1. $f(5) = 3$ et $f(12) = 17$
2. $f(-1) = 6$ et $f(4) = 1$
3. $f(-5) = 9$ et $f(2) = 9$

Exercice 12
On considère une fonction affine telle que $f(2) = 4$ et $f(5) = 6,5$.

1. Déterminer le taux d'accroissement de f entre 2 et 4.
2. Quel est le taux d'accroissement de f entre 9 et 20 ? Justifier la réponse.

Exercice 13
Dans chaque cas, préciser si la situation est un phénomène continu de croissance linéaire. On justifiera avec la notion de taux d'accroissement.

1. Un opérateur de téléphonie propose une offre où le client est facturé 5€ chaque mois (pour le remboursement du téléphone) puis $0,12$€ par minute de communication. On s'intéresse au montant mensuel de la facture du client en fonction du nombre d'heures de communication.
2. En 2010, une ville comptait 12584 habitants. Depuis cette date, la population augmente de 120 habitants chaque année. On s'intéresse au nombre d'habitants de la ville chaque année après 2010.
3. Un client d'une banque dépose 5000€ sur un compte rémunéré sur le principe des intérêts composés au taux de 3%. Chaque année, 3% du capital présent sur le compte l'année précédent s'ajoutent au capital et produisent ensuite des intérêts. On s'intéresse à la somme disponible sur le compte de ce client chaque année.

Exercice 14
Une étude de l'union internationale des télécommunications montre que le nombre de personnes dans le monde n'ayant pas accès à internet est passé de $5,45$ milliards en 2005 à $2,94$ milliards en 2021. On modélise l'évolution du nombre de personnes concernées par une fonction affine f où la variable x représente le nombre d'années écoulées depuis 2005 et où $f(x)$ est exprimé en milliards. On a donc $f(0) = 5,45$.

1. Déterminer le taux d'accroissement de la fonction f entre 0 et 16. Que peut-on en déduire pour le coefficient directeur de la fonction f ?
2. Déterminer l'expression de la fonction f.
3. Déterminer à partir de quelle année le nombre de personnes n'ayant pas accès à internet sera, selon ce modèle, inférieur à un milliard.

Exercice 15
Un petit bassin peut contenir $2,14\text{m}^3$ d'eau. Le bassin contient initialement 100 litres d'eau et on le remplit avec un tuyau qui débite $8,5$ litres par minute. On note t le temps, en minute, et $V(t)$ le volume d'eau, en litre, contenu dans le bassin au bout de t minutes.

1. Exprimer $V(t)$ en fonction de t.
2. Est-on en présence d'un phénomène de croissance linéaire ? En déduire le taux d'accroissement du bassin entre 2 minutes et 5 minutes.
3. Déterminer le temps t à partir duquel le bassin va déborder. On rappelle que $1\text{m}^3 = 1000\text{L}$.