PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM

1. **Réponse a.** On a les nombres $A = \frac{7}{6}, B = \frac{6}{5}\ et\ C = 1{,}16$. On met ces nombres au même dénominateur :

$A = \frac{700}{600},\ \ B = \frac{6\times20}{5\times20} = \frac{120\times6}{100\times6} = \frac{720}{600}$ et $C = 1{,}16 = \frac{116\times6}{100\times6} = \frac{696}{600}$.

Par comparaison des numérateurs, on voit que $C < A < B$.

2. **Réponse d.** On considère le nombre $N = 10^7 + 10^{-7} + 7$.

$N = 10^7 + 10^{-7} + 7 = 10\,000\,000 + 0{,}000\,0001 + 7 = 10\,000\,007{,}000\,0001$.

Donc N est environ égal à $10\,000\,007$.

3. **Réponse d.** La forme développée de $3(2x-1)^2$ est :

$3(2x-1)^2 = 3 \times ((2x)^2 - 2 \times 2x \times 1 + 1^2) = 3 \times (4x^2 - 4x + 1) = 12x^2 - 12x + 3$.

4. **Réponse c.** Pour faire une diminution de 3,1%, le coefficient multiplicateur est :

$CM = 1 - t = 1 - 3{,}1\% = 1 - 0{,}031 = 0{,}969$.

5. **Réponse a.** $120cl = 1{,}20\ l$. On calcule donc $\frac{1{,}50}{1{,}20} = \frac{150}{120} = \frac{15}{12} = \frac{15:3}{12:3} = \frac{5}{4} = 1{,}25$.

6. **Réponse a.** Il y a eu une augmentation de 20%, le coefficient multiplicateur est :

$CM = 1 + t = 1 + 20\% = 1 + 0{,}20 = 1{,}20$.

On cherche le prix x en euros tel que $1{,}20x = 6$

$\Leftrightarrow x = \frac{6}{1{,}20} = \frac{60}{12} = 5$. J'achetais ma pizza 5€ l'an passé.

7. **Réponse c.** La fréquence de bonbons en chocolat pétillant dans le sachet est :

$\text{fréquence} = \frac{\text{effectif partiel}}{\text{effectif total}} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0{,}30$

8. **Réponse c.** On remplace les données dans la formule $\mathcal{V} = \frac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times h$ ce qui donne :

$200\pi = \frac{1}{3} \times \pi \times 2^2 \times h$

$\Leftrightarrow h = \frac{200\pi}{\frac{1}{3}\pi\times4} = \frac{50}{\frac{1}{3}} = 50 \times \frac{3}{1} = 150$.

9. **Réponse c.** On résout : $8 - 4t < 2t - 4$:

$\Leftrightarrow\ -4t < 2t - 4 - 8$

$\Leftrightarrow -4t - 2t < -12$

$\Leftrightarrow -6t < -12 \Leftrightarrow t > \frac{-12}{-6}$ car on divise par -6 qui est négatif

$\Leftrightarrow t > 2$

10. **Réponse c.** On cherche l'effectif total N tel que $\frac{12}{N} = 48\% \ \Leftrightarrow \frac{12}{N} = \frac{48}{100} \Leftrightarrow N = \frac{12\times 100 \quad :12}{48 \quad :12} = \frac{100}{4} = 25$. **La réponse exacte est c.**

11. **Réponse c.** On cherche le(s) antécédent(s) de 7, donc on cherche x tel que : $f(x) = 7$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x + 7 = 7$

$\Leftrightarrow x^2 + 3x = 0$

$\Leftrightarrow x(x+3) = 0$

$\Leftrightarrow x = 0\ ou\ x + 3 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0\ ou\ x = -3.$

12. **Réponse d.** On calcule leurs moyennes respectives des séries A et B :

Pour A : $moy_A = \frac{4+6+8+9+10}{5} = \frac{37}{5}$

Pour B: $moy_B = \frac{3+5+7+8+12}{5} = \frac{35}{5} (= 7)$

Donc $moy_A > moy_B$ les deux premières affirmations sont fausses.

Cependant, si on observe les écarts entre les valeurs et la moyenne, on voit que la série A est moins dispersée par rapport à sa moyenne que la série B.

DEUXIEME PARTIE :

Exercice 1 :

Partie A

1. Il y avait 20 mg de médicament au départ. Après 3 heures, il n'y en a plus que 11 mg. La quantité de médicament a donc baissé de $20 - 11 = 9$ mg en 3 heures.

2. Puisque la quantité de médicament baisse de 9 mg en 3 heures, au bout d'une heure elle aura baissé de $\frac{9}{3} = 3$ mg. Au bout d'une heure, il y restera donc $20 - 3 = 17$ mg de médicament.

3. D'après la question précédente, la quantité de médicament baisse de 3 mg par heure. Ainsi, au bout de 6 heures, il restera $20 - 6 \times 3 = 20 - 18 = 2$ mg. Par suite, au bout de 7 heures, la totalité du médicament aura été éliminée.

Partie B

1.a) Diminuer de 20% revient à multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Par conséquent,

$$U_1 = 0{,}8 \times 20 = \frac{80}{100} \times 20 = \frac{1600}{100} = 16$$

b) $10\%\ de\ 16\ =\ 1{,}6$ donc $20\%\ de\ 16\ = 2 \times 1{,}6 = 3{,}2$

De plus, $16 - 3{,}2 = 12{,}8$ donc il restera 12,8 mg de médicament au bout de 2 heures.

2.a) Comme la quantité de médicament diminue de 20% d'une heure à l'autre, on a donc

$$U_{n+1} = 0{,}8 \times U_n$$

b) La suite (U_n) est donc une suite géométrique de raison $q = 0{,}8$ et de premier terme $U_0 = 16$.

3.a) $U_n = U_0 \times q^n$ c'est-à-dire $U_n = 20 \times 0{,}8^n$

b) $U_3 = 20 \times 0{,}8^3 = 20 \times 0{,}512 = 10{,}24$

Au bout de 3 heures, il y avait 10,24 mg de médicament dans le sang.

c) Il s'agit du graphique 4 car il représente une décroissance exponentielle.

4. 25% de 20mg $= \frac{1}{4}$ de 20mg $=\ 5$mg

D'après le tableau, on voit que $U_6 > 5$ et que $U_7 < 5$. On peut donc affirmer que le médicament ne sera plus efficace à partir de 7 heures.

Exercice 2 :

Partie A : lecture graphique

1. 10 000 euros.
2. 400 ou 585 calculatrices.
3. 500 calculatrices.
4. Entre 265 et 660 calculatrices.
5. a) Voir figure.
   b) Puisque $f'(4) = 9$ alors le coefficient directeur de la tangente en 4 est 9.

Ainsi, l'équation réduite de cette tangente donc $y = 10x + b$ où b est l'ordonnée à l'origine.

Pour l'ordonnée à l'origine, on peut soit la lire graphiquement ($b = 25$) ou bien on peut la calculer en remarquant que le point $(3; 5)$ appartient à cette droite. En remplaçant x par 3 et y par 5, on obtient :

$$5 = 10 \times 3 + b \Leftrightarrow b = 5 - 10 \times 3 = -25$$

Ainsi, l'équation réduite de la tangente est $y\ = 10x - 25$.

6. Graphiquement, on voit que la courbe admet des tangentes horizontales aux points d'abscisses 1 et 5.

Partie B : étude de la fonction f

1.a) $f'(x) = -3x^2 + 9 \times 2x - 15 \times 1 - 0 = -3x^2 + 18x - 15$

b) D'une part, $f(2) = -2^3 + 9 \times 2^2 - 15 \times 2 - 5 = -8 + 36 - 30 - 5 = -7$.

D'autre part, $f'(2) = -3 \times 2^2 + 18 \times 2 - 15 = -12 + 36 - 15 = 9$.

Ainsi, une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 2 est

$y = f'(2) \times (x-2) + f(2) \Leftrightarrow y = 9(x-2) + (-7) \Leftrightarrow y = 9x - 18 - 7 \Leftrightarrow y = 9x - 25$

2.a) On développe l'expression $(-3x+3)(x-5)$:

$$(-3x+3)(x-5) = -3x^2 + 15x + 3x - 15 = -3x^2 + 18x - 15 = f'(x)$$

Ainsi, $f'(x) = (-3x+3)(x-5)$.

b) Voici le tableau de signes de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0; 7]$:

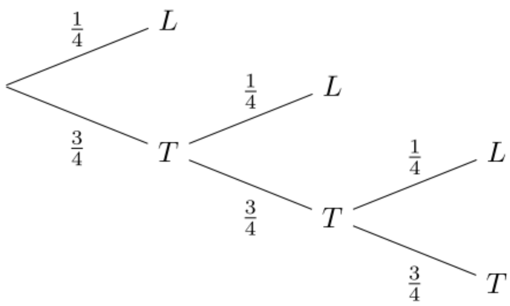
x	0		1		5		7
-3		-		-		-	
$x-1$		-		+		+	
$x-5$		-		-		+	
$-3(x-1)(x-5)$		-		+		-	

c) Voici le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 7]$:

x	0		1		5		7
f	-5	↘	-12	↗	20	↘	-12

Exercice 3 :

1. Il faut lancer le dé au plus trois fois avant que l'un des deux joueurs ait gagné.
2. La probabilité que le lièvre gagne au premier lancer est de $\frac{1}{4}$.
3. Voici l'arbre pondéré :



4. Commençons par calculer la probabilité que la tortue gagne la partie. D'après l'arbre, celle-ci est de $\frac{3}{4} \times \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{27}{64}$

On en déduit que la probabilité que la tortue perde la partie est $1 - \frac{27}{64} = \frac{64}{64} - \frac{27}{64} = \frac{37}{64}$.