

Contrôle de mathématiques n°7

A rédiger sur une feuille double.

Durée : 1 heure. Calculatrice interdite.

Exercice 1 : (5 points)

Le gestionnaire d'une piscine municipale effectue une enquête pour mieux connaître son public. Voici la répartition des nageurs.

	Enfant	Adulte	Total
Habite la commune	50	90	140
Extérieur	30	30	60
Total	80	120	200

On choisit un nageur au hasard et on considère les événements suivants :

E : « Le nageur est un enfant »

H : « Le nageur habite dans la commune de la piscine »

Dans cet exercice, toutes les probabilités seront données sous la forme de fraction irréductibles.

1. Calculer les probabilités des événements E et H .
2. Traduire par une phrase l'événement $E \cap H$ puis calculer sa probabilité.
3. Montrer que les événements E et H ne sont pas indépendants.
4. a) Quelle est la probabilité que la personne choisie habite la commune sachant que c'est un adulte ?
b) Comparer $P(H)$ et $P_{\bar{E}}(H)$. Que peut-on en déduire ?

Exercice 2 : (3 points)

Dans chaque cas, écrire l'expression donnée sous la forme 3^x où x est un nombre réel.

$$A = 3^{1,3} \times 3^5$$

$$B = \frac{3^{1,5}}{3^{0,7}}$$

$$C = (3^{6,2})^2$$

$$D = \frac{3^{1,7}}{3^{3,5} \times 3^{0,2}}$$

Exercice 3 : (3 points)

Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes.

- La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clés de la ville.
- La deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale.

Ces deux étapes du jeu sont indépendantes.

Le touriste a :

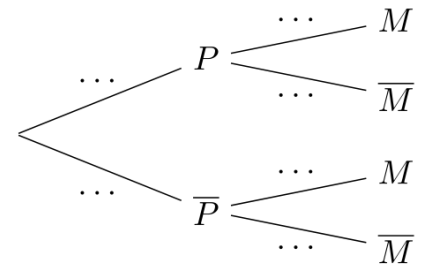
- sept chances sur dix de gagner un porte-clés de la ville ;
- quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.

On définit les événements suivants :

P : « Le touriste gagne un porte-clés de la ville » ;

M : « Le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-contre.
2. Calculer la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot.
3. Calculer la probabilité que le touriste remporte au moins un lot.

**Exercice 4 : (5 points)**

Pour étudier l'évolution d'une certaine espèce de poissons, on introduit 1000 individus dans un aquarium. On observe que chaque jour, leur nombre diminue de 1%. On modélise le nombre de poissons x jours après le début de l'étude par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par

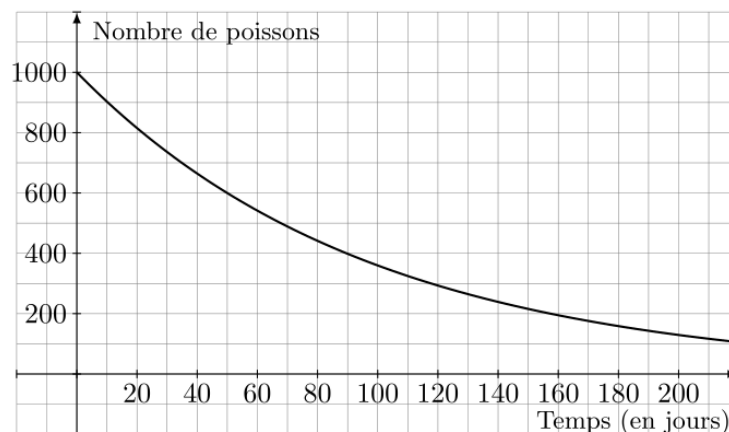
$$f(x) = 1000 \times 0,99^x$$

1. Justifier que la fonction f est décroissante sur $[0; +\infty[$.
- 2.a) Calculer $f(3)$ et interpréter le résultat.
- b) Combien de poissons y aura-t-il au bout d'une semaine ?

Aide au calcul

$$\begin{aligned} 0,99^2 &\approx 0,98 \\ 0,99^3 &\approx 0,97 \\ 0,99^4 &\approx 0,961 \\ 0,99^5 &\approx 0,951 \\ 0,99^6 &\approx 0,941 \\ 0,99^7 &\approx 0,932 \\ 0,99^8 &\approx 0,923 \\ 0,99^9 &\approx 0,914 \end{aligned}$$

On donne ci-dessous la courbe représentative de f . Répondre aux questions suivantes à partir du graphique.



3. Combien y aura-t-il de poissons au bout de 90 jours ?
4. A partir de combien de jours la population de poissons aura diminué de moitié ?