

Contrôle de mathématiques n°6

A rédiger sur une feuille double.

Durée : 1 heure. Calculatrice interdite.

Exercice 1 : (4 points)

Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = 100$ et de raison $q = 2$.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n .
3. Donner l'expression de u_n en fonction de n .
4. En déduire la valeur de u_8 .

Aide au calcul

$$2^6 = 64$$

$$2^7 = 128$$

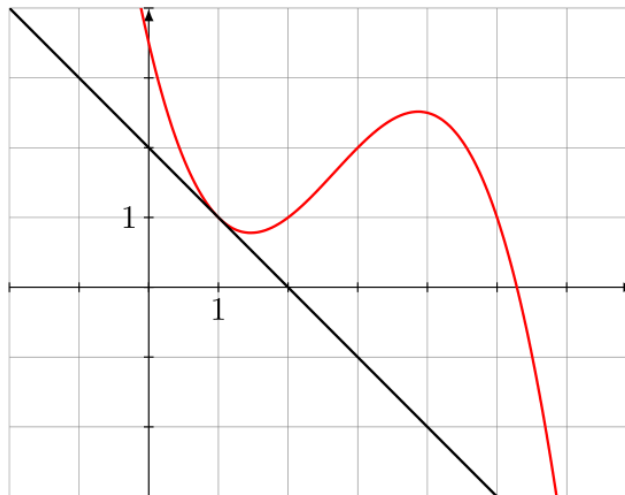
$$2^8 = 256$$

$$2^9 = 512$$

$$2^{10} = 1024$$

Exercice 2 : (4 points)

On considère ci-dessous la courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R} . On a tracé sur le schéma la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 1.



1. Calculer le nombre dérivé $f'(1)$.
- 2.a) On sait que $f'(3) = 1$. Tracer sur le schéma la tangente à la courbe au point d'abscisse 3.
- b) Déterminer graphiquement l'image de 3 par la fonction f .
- c) Déterminer une équation de la tangente en 3 à l'aide d'une formule vue en cours.
3. Existe-t-il un nombre a tel que $f'(a) = 0$? Justifier.

Exercice 3 : (4 points)

Sur un ordinateur, un fichier a une taille de 1000 Ko (kilooctets). On souhaite compresser ce fichier plusieurs fois successivement à l'aide d'un logiciel de compression qui permet de réduire la taille du fichier de 20% à chaque exécution.

On note v_n la taille du fichier, en Ko après n compressions. Ainsi, $v_0 = 1000$.

Aide au calcul

$$0,8^2 = 0,64$$

$$0,8^3 = 0,512$$

$$0,8^4 = 0,4096$$

$$0,8^5 = 0,32768$$

$$0,8^6 = 0,262144$$

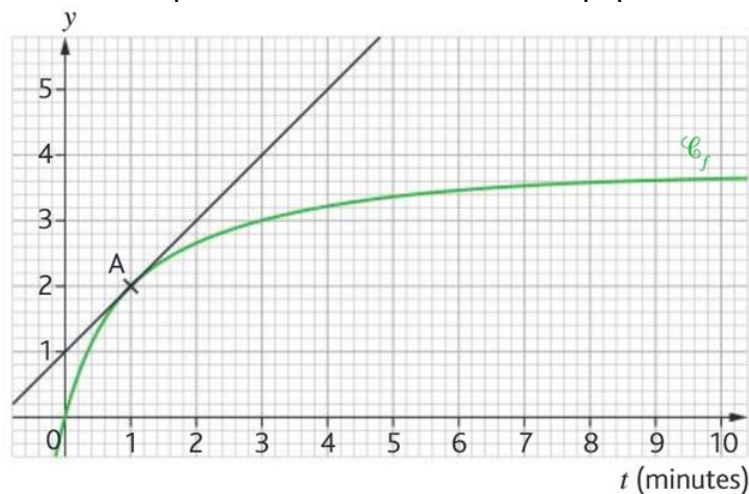
$$0,8^7 = 0,2097152$$

1. Justifier que $v_{n+1} = 0,8v_n$.
2. Déterminer la taille du fichier après 1 compression.
3. Donner l'expression de v_n en fonction de n .
4. En déduire la taille du fichier après quatre compressions.
5. Combien de compressions faut-il appliquer pour que la taille de ce fichier soit inférieure à 300 Ko ? Justifier la réponse.

Exercice 4 : (3 points)

Un biologiste étudie une population de bactéries dans un milieu de culture. On note $f(t)$ le nombre de bactéries, en million, présentes dans le milieu au cours du temps t exprimé en minutes.

On donne ci-dessous la courbe représentant l'évolution de cette population en fonction du temps.



On appelle vitesse instantanée de croissance de la population de bactéries à l'instant t le nombre dérivé $f'(t)$, exprimé en millions de bactéries par minute.

1. Combien y a-t-il de bactéries au bout de 2 minutes ?
2. Déterminer la vitesse instantanée de croissance des bactéries au bout d'une minute.
3. La vitesse de croissance des bactéries au bout d'une minute est-elle plus élevée que la vitesse de concentration au bout de 3 minutes ? Justifier la réponse sans faire aucun calcul.
4. On sait que la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 4 pour équation réduite $y = 0,2x + 2,5$.
Quel est la vitesse de croissance des bactéries au bout de 4 minutes ?