1ère spécifique

Contrôle n°6 – Corrigé

**Exercice 1 :**

1. $u_1 = u_0 \times 2 = 100 \times 2 = 200$

$u_2 = u_1 \times 2 = 200 \times 2 = 400$

2. $u_{n+1} = u_n \times 2$

3. $u_n = u_0 \times q^n$ donc $u_n = 100 \times 2^n$

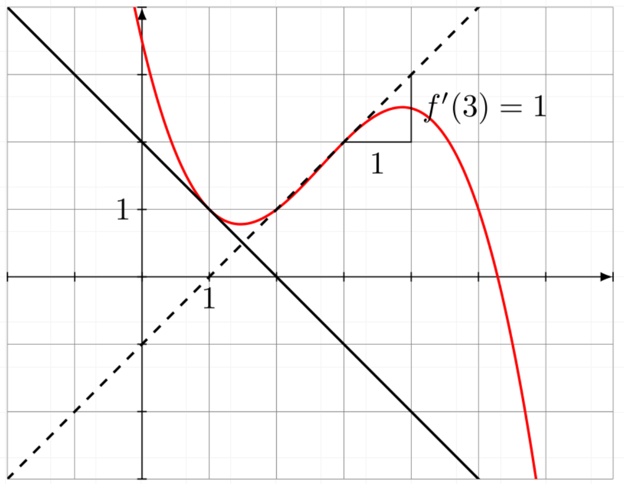
4. $u_8 = 100 \times 2^8 = 100 \times 256 = 25600$

**Exercice 2 :**

1. $f'(1)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe au point d'abscisse $1$. Cette droite passe par les points $A(1; 1)$ et $B(2; 0)$. Ainsi,

$$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0-1}{2-1} = \frac{-1}{1} = -1$$

2. a)




b) On voit graphiquement que $f(3) = 2$.

c) Une équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 3 est

$$y = f'(3)(x-3) + f(3)$$

Or, on a vu que $f(3) = 2$ et on sait d'après l'énoncé que $f'(3) = 1$ donc une équation de la tangente est :

$$y = 1(x-3) + 2$$

c'est-à-dire

$$y = x - 3 + 2$$

donc

$$y = x - 1$$

3. On remarque que la tangente est horizontale au niveau du point de la courbe d'abscisse 3,9 donc on peut affirmer que $f'(3{,}9) = 0$. De même, la tangente au niveau du point d'abscisse 1,5 est aussi horizontale donc $f'(1{,}5) = 0$.

**Exercice 3 :**

1. Diminuer de 20% revient à multiplier par $1 - \frac{20}{100} = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$. Ainsi, pour obtenir la taille du fichier à partir du fichier précédent, on multiplie sa taille par 0,8.

Autrement dit, $v_{n+1} = 0{,}8 v_n$

2. $v_1 = 0{,}8 \times v_0$ donc $v_1 = 0{,}8 \times 1000 = 800$

Après une compression, le fichier a une taille de 800 Ko.

3. Comme la suite $(v_n)$ est une suite géométrique de raison $q = 0{,}8$, on a donc

$$v_n = v_0 \times q^n \text{ c'est-à-dire } v_n = 1000 \times 0{,}8^n$$

4. $v_4 = 1000 \times 0{,}8^4$ donc $v_4 = 1000 \times 0{,}4096 = 409{,}6$

Au bout de 4 compressions, le fichier aura une taille de 409,6Ko.

5. On calculer successivement les termes de cette suite et on trouve :

$$v_5 = 327{,}68 \text{ et } v_6 = 262{,}14$$

Ainsi, il faut appliquer 6 compressions pour que la taille du fichier soit inférieure à 300Ko.

1ère spécifique

**Exercice 4 :**

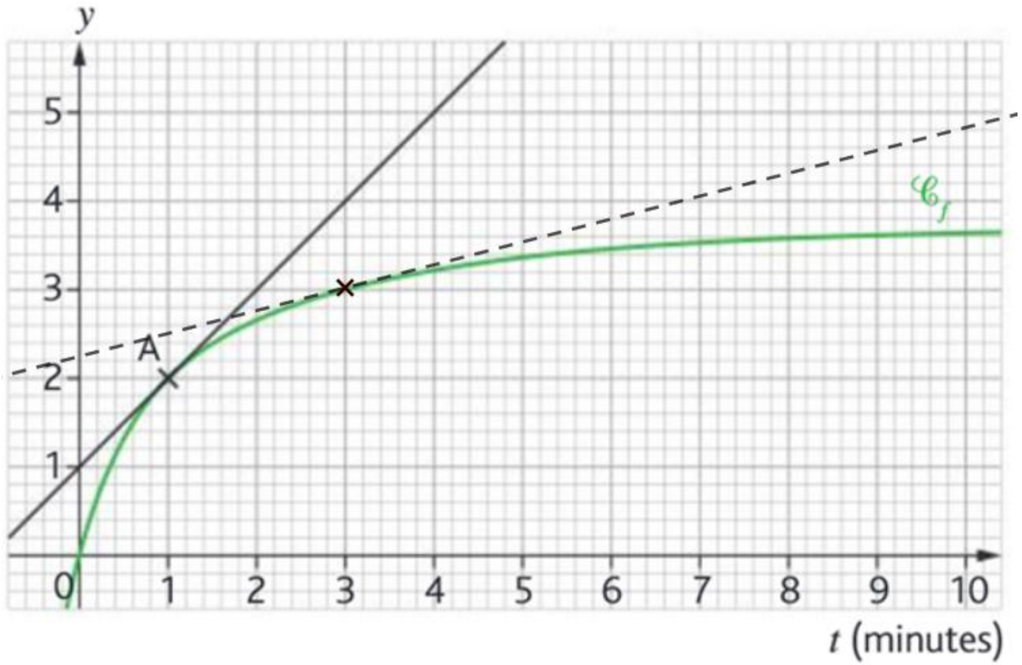
1. Graphiquement, on voit $f(2) = 2{,}6$ donc il y a 2,6 millions de bactéries au bout de 2 minutes.

2. La vitesse instantanée de croissance des bactéries au bout d'une minute est le nombre dérivé $f'(1)$. Pour calculer ce nombre, on déterminer le coefficient directeur de la tangente à la courbe en 1. Cette droite passe par les points $A(1;2)$ et $B(0;1)$.

$$f'(1) = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{1-2}{0-1} = \frac{-1}{-1} = 1$$

Ainsi, la vitesse instantanée de croissance des bactéries au bout d'une minute est d'un million de bactérie par minute.

3. On peut affirmer que la vitesse de croissance des bactéries au bout d'une minute est plus élevée que la vitesse de croissance des bactéries au bout de 3 minutes car le coefficient directeur de la tangente en 3 (que l'on trace en pointillés ci-dessous) est inférieur au coefficient directeur de la tangente en 1 car la tangente en 3 est moins inclinée que la tangente en 1.




4. On sait que $f'(4)$ est le coefficient directeur de la tangente à la courbe de $f$ au point d'abscisse 4. Comme cette tangente a pour équation $y = 0{,}2x + 2{,}5$, son coefficient directeur est 0,2 donc $f'(4) = 0{,}2$.

Ainsi, la vitesse instantanée de croissance des bactéries au bout de 4 minutes est de 0,2 millions de bactéries par minute.